



構造物を伝搬する振動エネルギー流の可視化

山崎 徹*

Visualization of Vibration Energy Flow on Structure

Toru YAMAZAKI*

概要：本研究は、振動インテンシティ計測の実用化を目指した基礎研究である。はじめに、振動インテンシティの新たな波動解による定式化を行い、振動インテンシティの特性について明らかにした。次いで、これまでに提案されている各種計測方式の比較検討を行い、実用的な計測手法について考察、提案を行った。その後、振動インテンシティ計測を用いた固体伝搬音解析の新たなアプローチを示し、実構造物に適用することで、アプローチの有効性を検証した。

本研究で得られた成果は、以下の通り。

- (1) 二次元の振動インテンシティは、位置に依らない平均インテンシティ成分と位置に依存する局所インテンシティ成分とに分けることができる。
- (2) 二次元の振動インテンシティの形態は、振動場が残響的であればあるほど局所インテンシティ成分の割合が大きくなるため複雑な形態となる。
- (3) 残響的な振動場の正しい振動インテンシティを計測するためには、半波長当たり複数点の細かさでの計測が必要である。
- (4) 有限差分近似を用いる計測方式においては、実用的な加速度計間隔は波長の十分の一程度である。
- (5) 多数個の加速度計を使用する方式は、近接場の振動インテンシティ計測が理論的に可能ではあるが、差分近似誤差の影響によって近接場での計測精度は悪く、近接場での精度良い振動インテンシティ計測は難しい。
- (6) 実用的な振動インテンシティ計測手法について考察し、5点法と波動分離法を提案した。
- (7) 5点法は、遠距離場での完全な振動インテンシティ計測が可能であり、位相ずれの影響に頑健である。
- (8) 波動分離法は、加振点の位置の特定が可能であり、少数点計測に基づき完全に波動成分を分離すれば、平均インテンシティや振動エネルギーを容易に求めることが可能となる。
- (9) 5点法と波動分離法を用いた新しい固体伝搬音解析のアプローチを示し、実構造物でそのアプローチの有効性を検証した。

Abstract : The aim of this study is to establish a practical measurement technique of vibration energy flow (structural intensity) on plate structures. Firstly, the wave formulation of structural intensity in far field has been newly derived and the characteristics of intensity have been discussed. Next, the (proposed) methods of structural intensity measurement have been compared. Then, a practical measurement technique has been newly proposed and it has been verified by numerical and experimental study. Finally, the new approach for the analysis of structure borne sound has been shown. The approach has been applied to some actual structures. The conclusions are as follows.

- (1) The structural intensity on two dimensional field has two components, one is mean intensity component which is independent of the coordinates and the other is local intensity component which depends on the coordinates.

* 専任講師，機械工学科 Lecturer, Dept. of Mechanical Engineering

- (2)The complexity of structural intensity increases with the reverberant of vibration field. It is because the ratio of the local intensity component to mean intensity component becomes large.
- (3)The intensity measurement in large reverberant field requires many measurement points in a half of bending wavelength.
- (4)The measurement method based upon the finite approximation demands that the space between accelerometers is one over ten of a bending wavelength.
- (5)The measurement method using many accelerometers enables to measure the exact intensity in near field theoretically. However, the error in the finite approximation and the phase mismatch among accelerometers prevent from measuring the exact intensity.
- (6)A practical measurement technique (5 points method and wave decomposition method) has been newly proposed.
- (7)The 5 points method gives the exact intensity measurement in far field and is strong in phase mismatch among accelerometers.
- (8)The wave decomposition method is effective to identify the location of power input, and enables to easily measure the mean intensity and the vibration energy.
- (9)A new approach for the analysis of structure borne sound has been derived. The validity of the approach has been verified by the experimental application to some actual structures.

1. はじめに

人間を取り巻く環境に多くの機械構造物が出現してきた現在、快適な住環境に対する配慮が望まれる。機械製品の開発においては、その性能、耐久性および強度はもちろんのこと低振動、低騒音であることが製品価値の重要な一因となり、機械の静粛性を確保する必要がある。日常生活の上で問題となる振動・騒音の多くは機械製品によるものであることを考え併せると、技術者にとって機械の静粛化のための解析、計測技術の確立はきわめて重要な課題の一つと言える。

機械騒音には、機械などから直接空气中に放射される空気伝搬音 (Air-Borne Sound)、機械などの振動が構造物へ伝搬し構造物から放射される固体伝搬音 (Structure-Borne Sound) がある。機械によってもたらされる騒音の多くは、一般に空気伝搬音よりも固体伝搬音の寄与が大きい。これは、前者の空気伝搬音が直接三次元的に放射されるのに対し、後者の固体伝搬音が支持構造物である板やはりだけを伝搬するために伝搬距離に対する拡散空間が小さくかつ支持構造物全体が騒音放射に寄与するためである。

空気伝搬音に関しては、騒音の伝搬場である音場を表す物理量として音圧が用いられ、主にその計測が行われてきた。また、音場をより正しく記述するために粒子速度の計測も近年の計測技術の進歩によって可能となった。その結果、音圧と粒子速度で表される音の強さや音響インピーダンスの計測が可能となった。音の強さは音響インテンシティ (Sound Intensity または Acoustic

Intensity) として表され、音場内の単位断面積を単位時間に通過する音のエネルギーとして定義される⁽¹⁾。音響インテンシティの当初の計測では、粒子速度を音圧と位相関係を正しく保った形で直接計測することは困難であったが、現在では二点の音圧の差から粒子速度を近似する方法⁽¹⁾により実用化され、放射音源の位置の特定、音源からの放射音響パワーレベルの測定などに有効に利用されるようになった^{(2)~(5)}。

一方、固体伝搬音に関しては、音響インテンシティと同様な概念を持つ振動インテンシティ (Structural Intensity または Vibration Intensity) が、1970年に Noiseux によって、「単位時間に構造物の単位幅当たりを伝わる振動エネルギー」として提唱され、一つの計測法が提案された⁽⁶⁾。その後、1976年に Pavic によって有限差分近似を用いた計測法の提案がなされ⁽⁷⁾、世界的に振動インテンシティに関する研究が行われ⁽⁸⁾⁽⁹⁾⁽¹⁰⁾、日本国内でも1980年代から盛んに取り組みられてきた⁽¹¹⁾⁽¹²⁾。しかし、音響インテンシティ計測とは異なり、振動インテンシティ計測は実用化されているとは言い難い。これは、音場を支配する方程式が二階の偏微分で表現されるのに対し、構造物の振動場では四階の偏微分で記述されるため、計測すべき物理量が多くなってしまふことや、音場の伝搬波動は疎密波だけであるのに振動場では多様であることなどが起因している。

固体伝搬音では機械から支持構造物へ伝わる振動や構造物内を伝搬する振動が問題となり、振動モードに注目したモード解析法や有限要素法がこれまで振動解析の主流な手法として使われてきた。しかし、20~20kHz とい

う高周波かつ広帯域の振動を対象にする必要のある固体伝搬音では、共振ピークが多数近接して存在するためにこれまでの解析法では解析が困難である。また、固体伝搬音の発生メカニズムにより、機械から支持構造物への振動の伝達箇所、構造物内の振動の伝搬経路および騒音として放射される箇所を知ることの方が、振動モードを知ることより固体伝搬音解析においては重要である。

以上の背景のもと、振動インテンシティ計測の実用化を目指した本研究では、これまでに六回にわたって研究成果の報告^{(13)~(18)}を行い、二次元(平板)の振動インテンシティの実用的な計測手法の確立を行った。そこで、本論文では、著者のこれまでの研究に関して、特に文献(16)(17)(18)の成果を中心に、平板構造物の振動インテンシティ計測について示す。具体的には、はじめに二次元の振動インテンシティの定式化とその特性について論じる。次いでこれまでに提案されてきた計測方式について検討を行い、実用的な計測手法について考察する。その後、5点法と波動分離法に基づく実用的計測手法を提案し、平板で構成される実構造物への適用について述べる。

2. 振動インテンシティ

本章では、振動インテンシティの定式化とその特性について論じる。なお、構造物の振動にはいくつかの振動形態があるが、本研究では、固体伝搬音に支配的な曲げ波のみを対象とする。

2.1 振動インテンシティの定式化

2.1.1 スペクトル表示

本研究では、「単位時間に構造物の単位幅当たりを伝わる振動エネルギー」と定義される振動インテンシティを、フーリエ変換したスペクトルとして扱うこととする。

Fig. 1 に示すような x, y 平面を板面としたとき、 x 軸方向に伝搬する振動インテンシティスペクトル $I_x(x, y; \omega)$ は、この方向に垂直な微小断面に作用するせん断

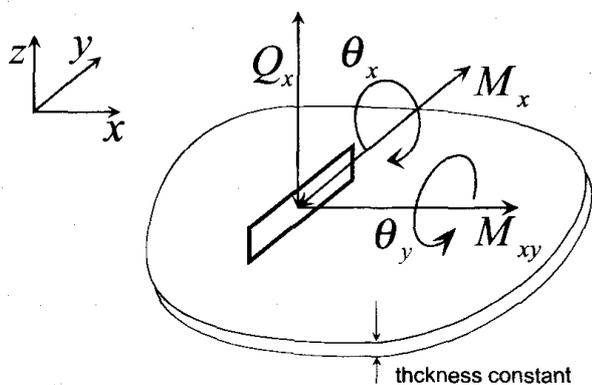


Fig. 1 Forces and moments on a cross section of plate

力 Q_x 、曲げモーメント M_x およびねじりモーメント M_{xy} によってなされる仕事の和として

$$I_x(x, y; \omega) = \text{Re}[-j\omega(Q_x \cdot \zeta + M_x \cdot \theta_x + M_{xy} \cdot \theta_y^*)] \quad \dots(1)$$

ζ : z 軸方向の曲げ変位, ω : 角振動数,
 θ_x, θ_y : x, y 軸方向の回転角, $j = \sqrt{-1}$,
 *: 複素共役, $\text{Re}[\]$: 実部。

と表される。

また、せん断力、曲げおよびねじりモーメントは、それぞれ曲げ変位を用いて次のように表せる。

$$\theta_x = \frac{\partial \zeta}{\partial x}, \quad \theta_y = -\frac{\partial \zeta}{\partial y} \quad \dots(2),(3)$$

$$M_x = -B_p \left(\frac{\partial^2 \zeta}{\partial x^2} + \nu \frac{\partial^2 \zeta}{\partial y^2} \right) \quad \dots(4)$$

$$M_{xy} = -M_{yx} = B_p(1-\nu) \frac{\partial^2 \zeta}{\partial x \partial y} \quad \dots(5)$$

$$Q_x = B_p \left(\frac{\partial^3 \zeta}{\partial x^3} + \frac{\partial^3 \zeta}{\partial x \partial y^2} \right) \quad \dots(6)$$

$B_p = E_m h^3 / 12(1-\nu^2)$: 平板の曲げ剛性,

E_m : 縦弾性係数, h : 板厚, ν : ポアソン比。

これらの式を式(1)に代入すると、 x 軸方向に伝搬する振動インテンシティスペクトル $I_x(x, y; \omega)$ が次式のように表される。

$$I_x(x, y; \omega) = I_x^{sf} + I_x^{bm} + I_x^{tm} \quad \dots(7)$$

せん断力項 $I_x^{sf} = \text{Re} \left[j\omega B_p \zeta \frac{\partial}{\partial x} \left(\frac{\partial^2 \zeta^*}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 \zeta^*}{\partial y^2} \right) \right]$

曲げモーメント項 $I_x^{bm} = \text{Re} \left[-j\omega B_p \frac{\partial \zeta}{\partial x} \left(\frac{\partial^2 \zeta^*}{\partial x^2} + \nu \frac{\partial^2 \zeta^*}{\partial y^2} \right) \right]$

ねじりモーメント項 $I_x^{tm} = \text{Re} \left[-j\omega B_p (1-\nu) \frac{\partial \zeta}{\partial y} \frac{\partial^2 \zeta^*}{\partial x \partial y} \right]$

なお、 y 軸方向に伝搬する振動インテンシティスペクトル $I_y(x, y; \omega)$ は、上述の式中の x と y を入れ替えることによって表され、板面上の任意の位置 (x, y) における振動インテンシティスペクトルは、成分 (I_x, I_y) のベクトルとして表現される。

2.1.2 波動解表示

振動エネルギーは波動によって伝搬されると考えることもでき、振動面外変位を波動解として得ておいた方が便利なことも多い。

位置 (x, y) における面外変位 ζ は、次式のように八つの波動解の和として記述することができる。

$$\zeta(x, y) = Ae^{-j(k_x x + k_y y)} + Be^{j(k_x x + k_y y)} + Ce^{-j(k_x x - k_y y)} + De^{j(k_x x - k_y y)} \\ + Ee^{-j(k_x x + k_y y)} + Fe^{j(k_x x + k_y y)} + Ge^{-j(k_x x - k_y y)} + He^{j(k_x x - k_y y)} \quad \dots(8)$$

A~D: 伝搬波の複素振幅,

E~H: 減衰波の複素振幅,

k_x, k_y : x, y 軸方向の曲げ波数。

なお, k_x, k_y は板材の曲げ波数 k とは次式の関係にある。

$$k^2 = k_x^2 + k_y^2 \quad \dots(9)$$

減衰波は指数関数的に減衰する性質を持つ波動を表し, 減衰波の影響が顕著な領域は近接場 (near field), その影響が無視できるほど減衰した領域は遠距離場 (far field) と呼ばれる。遠距離場においては, 式(8)で記述される面外変位は伝搬波のみで次式のように簡単となる。

$$\zeta(x, y) = Ae^{-j(k_x x + k_y y)} + Be^{j(k_x x + k_y y)} + Ce^{-j(k_x x - k_y y)} + De^{j(k_x x - k_y y)} \quad \dots(10)$$

そのため, 遠距離場では次式

$$\frac{\partial^2 \zeta}{\partial x^2} = -k_x^2 \zeta, \quad \frac{\partial^2 \zeta}{\partial y^2} = -k_y^2 \zeta \quad \dots(11), (12)$$

が成り立つため, 式(7)で記述された振動インテンスティスペクトルは, 遠距離場においては

$$I_x(x, y, \omega) = j\omega B_p \left[-k_x^2 \zeta \frac{\partial \zeta^*}{\partial x} + (k_x^2 + vk_y^2) \frac{\partial \zeta}{\partial x} \zeta^* - (1-\nu) \frac{\partial \zeta}{\partial y} \frac{\partial^2 \zeta^*}{\partial x \partial y} \right] \quad \dots(13)$$

と空間偏微分項の次数を低減した式で表すことができる。

さらに, 式(13)に式(10)を代入して整理すると,

$$I_x(x, y, \omega) = 2\omega B_p k_x^2 (|A|^2 - |B|^2 + |C|^2 - |D|^2) \\ + 4\omega B_p k_x (k_x^2 + vk_y^2) [\operatorname{Re}(AC^* e^{-j2k_y y}) - \operatorname{Re}(BD^* e^{j2k_y y})] \quad \dots(14)$$

のように, 遠距離場における振動インテンスティスペクトルの波動解表示が得られる。この式から分かるように, 遠距離場の振動インテンスティは, 位置に依らない成分 (第一項) と, 位置に依存する成分 (第二項) とから構成されている。本研究では, 前者を平均インテンスティ (mean intensity), 後者を局所インテンスティ (local intensity), これらの和を全インテンスティ (total intensity) と呼ぶことにする。

2.2 振動インテンスティの特性

本節では, 基本的な平板構造物として周辺単純支持された矩形平板と遠距離場を対象に, 振動インテンスティの特性について明らかにする。

2.2.1 矩形平板での検討

加振力 F が位置 (x_F, y_F) に作用し, 減衰係数 c で速度に比例したダンパが位置 (x_c, y_c) に設置されている周辺単純支持矩形平板を考える。この場合の曲げ振動面外変位の厳密解を求めることはできず, 一般にはモード解の重ね合わせとして表現される。

いま, 矩形平板の直交する二辺に沿った x 軸方向, y 軸方向の考慮するモード数をそれぞれ m, n とすると, 曲げ面外変位 ζ は, 次式で表される。

$$\zeta(x, y, \omega) = \frac{2}{\sqrt{M}} \sum_m \sum_n \Gamma_{mn}(\omega) \sin\left(\frac{m\pi x}{a}\right) \sin\left(\frac{n\pi y}{b}\right) \quad \dots(15)$$

ただし,

$$\Gamma_{mn}(\omega) = \frac{2}{\sqrt{M}} \frac{F \sin\left(\frac{m\pi x_F}{a}\right) \sin\left(\frac{n\pi y_F}{b}\right) + R \sin\left(\frac{m\pi x_c}{a}\right) \sin\left(\frac{n\pi y_c}{b}\right)}{-\omega^2 + (1 + j\eta_{mn})\omega_{mn}^2}$$

$$\omega_{mn} = \sqrt{\frac{B_p}{m''} \left(\frac{m^2 \pi^2}{a^2} + \frac{n^2 \pi^2}{b^2} \right)}$$

$$R = -j\omega c F$$

$$\sum_m \sum_n \frac{\sin\left(\frac{m\pi x_F}{a}\right) \sin\left(\frac{n\pi y_F}{b}\right) \sin\left(\frac{m\pi x_c}{a}\right) \sin\left(\frac{n\pi y_c}{b}\right)}{-\omega^2 + (1 + j\eta_{mn})\omega_{mn}^2} \\ \frac{M}{4} + j\omega c \sum_m \sum_n \frac{\sin^2\left(\frac{m\pi x_c}{a}\right) \sin^2\left(\frac{n\pi y_c}{b}\right)}{-\omega^2 + (1 + j\eta_{mn})\omega_{mn}^2}$$

M : 平板全体の質量, ω : 加振振動数, $m'' = \rho h$,

ρ : 平板の密度, a, b : 平板の二辺の長さ,

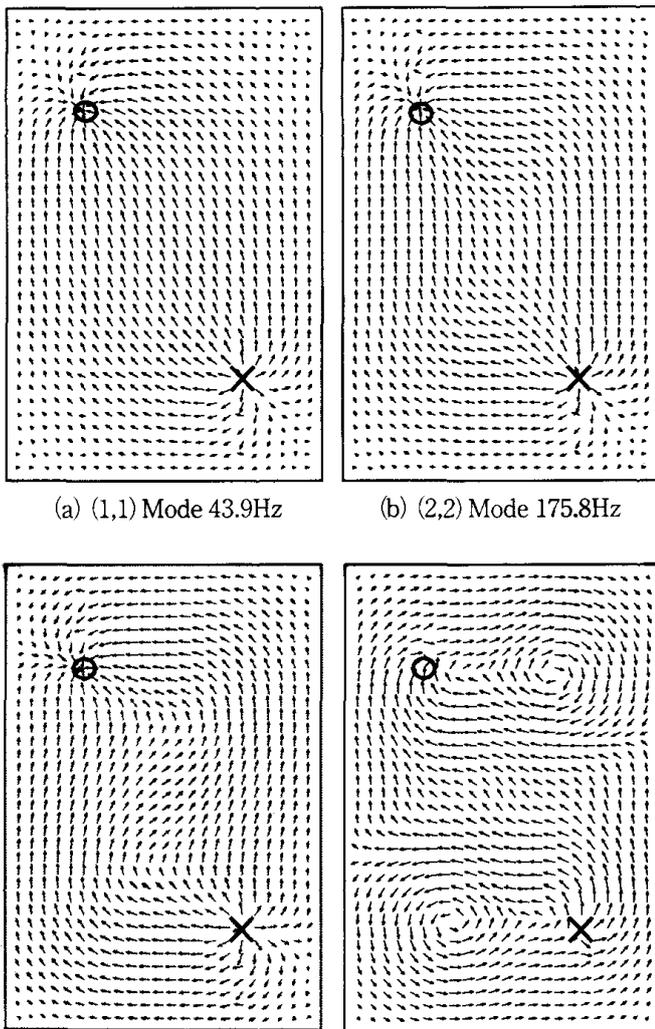
η_{mn} : 平板の損失係数。

これにより求めた面外変位を空間に関し偏微分を行い, 式(7)に代入することで振動インテンスティスペクトルを求める。なお, 本研究においては, 平板寸法 $600\text{mm} \times 900\text{mm} \times 4.5\text{mm}$, 位置 $(450\text{mm}, 200\text{mm})$ に加振力 1000N , 位置 $(150\text{mm}, 700\text{mm})$ に減衰係数 100kg/s のダンパ, 平板内部の損失係数は 0 とし, 振動応答が大きくなる固有振動数近辺で十数種の計算を行った。

(a) 振動パワーフロー形態

数十種の振動数における振動インテンスティの計算を行った結果は全て異なるが, Fig. 2 にその結果のいくつかを示すように, ストレート型, Box 型, S 字型, 渦巻き型などの数種に大別される。その形態については, 渦巻き型以外ではいずれも加振点から減衰点への振動エネルギーの流れとなっている。

このことから, 振動インテンスティを計測することができれば, 構造物上での振動エネルギーの伝搬経路を解明



(a) (1,1) Mode 43.9Hz (b) (2,2) Mode 175.8Hz
(d) (2,3) Mode 243.3Hz (e) (3,2) Mode 327.8Hz
(× : Excited position, ○ : Damper position)

Fig. 2 Power flow on plate (some example)

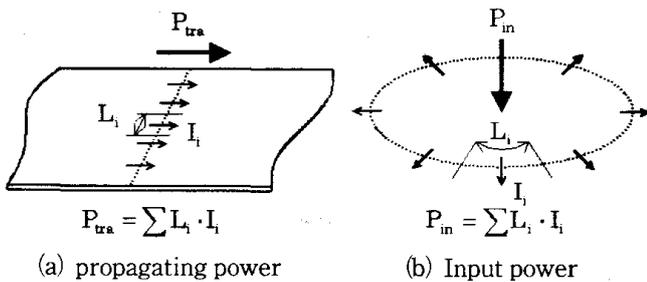


Fig. 3 Estimation of propagating and input power by structural intensity

することができる。また、渦巻き型を除けば、外部からのパワーの流入部、外部への流出部を正確に知ることができ、固体伝搬音の対策等に有効な知見が得られる。

(b)伝達、入力パワーの評価

振動インテンシティは、構造物の単位任意断面を通過

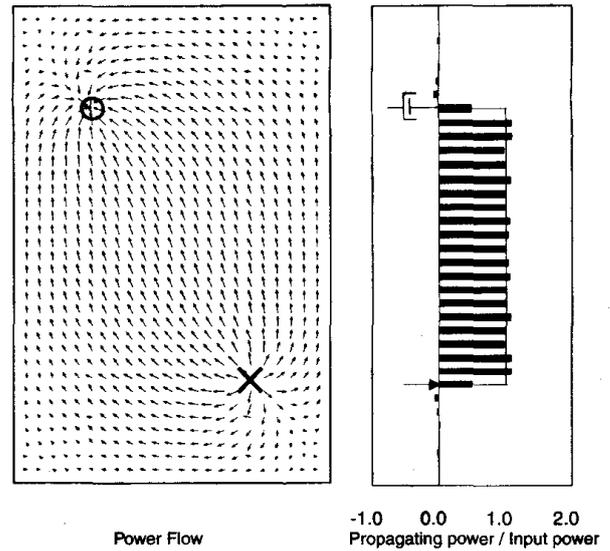


Fig. 4 Estimation of propagating power through a cross section on x-axis - Case of (1,1) Mode 43.9Hz

する振動エネルギーであるため、それに幅を乗じることによって伝搬する振動パワー量の評価も可能である。これは、前述の伝搬経路の解明がインテンシティベクトルの方向成分に注目したものであるのに対し、大きさ成分に注目したものである。そのため、Fig. 3に示すように、構造物の任意断面や加振点周りの閉空間に沿ったインテンシティを計測し、計測幅を乗じて総和を取ることで、任意断面を通過する振動伝達パワーや振動入力パワーを評価することが可能となる。

そこで、Fig. 2に示した結果から軸正方向に伝達する振動パワーの評価を行った。(1,1)モード時の結果を一例としてFig. 4に示す。加振力と加振点応答速度から求めた真の入力パワーで正規化した伝達パワーは、平板自体の損失を0としているため、加振点より下側で0、上側で1、さらに減衰点より上側で0という結果になるべきであり、Fig. 4の結果には計算の多少の誤差はあるものの予測通りの結果となっている。

一方、入力パワーに関しては、加振点を中心とした半径100mmの円周上の点におけるインテンシティから入力パワーを求め、真の入力パワーとの比較を行った。その結果をFig. 5に示すが、いずれの振動数でもインテンシティより評価した入力パワーが真の入力パワーと良く一致していることが分かる。

以上より、振動インテンシティを精度良く計測することができれば、従来計測が困難であった伝達パワーや入力パワーの評価が可能となる。

(c)振動インテンシティの構成

振動インテンシティは、式(7)に示したように、せん断力成分、曲げモーメント成分、ねじりモーメント成分の

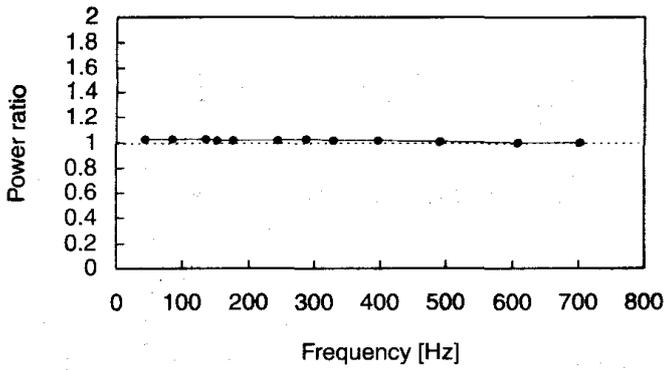


Fig. 5 Estimation of input power

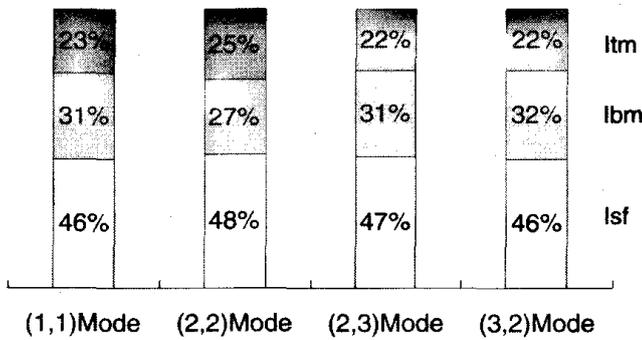


Fig. 6 Ratio of power flow components

三成分で構成される。そこで、Fig. 2の振動パワーフローの各成分の構成割合を調べた。その結果をFig. 6に示すが、振動数に依らずせん断力成分が半分程度を支配しており、順に曲げモーメント成分が3割、ねじりモーメント成分が2割程度となっている。

このことから、振動インテンシティの計測においては、いずれの成分も精度良く計測することが必要になることが分かる。

2.2.2 遠距離場での検討

矩形平板の検討結果 (Fig. 2) から、振動数が大きくなるにつれ振動インテンシティの形態は複雑になっている。また、減衰波の影響が無視できる遠距離場は加振点などの不連続部から3/4波長ほど離れた領域⁽¹⁷⁾であり、振動数の増加に伴い、遠距離場の領域は広がる。そのため、遠距離場に限定して振動インテンシティの特性を検討することは重要であると共に、議論もしやすい。

そこで、遠距離場を式(10)の等価な次式

$$\zeta(x, y) = (Ue^{-jk_x x} + r_x Ue^{jk_x x})(Ve^{-jk_y y} + r_y Ve^{jk_y y}) \quad \dots(16)$$

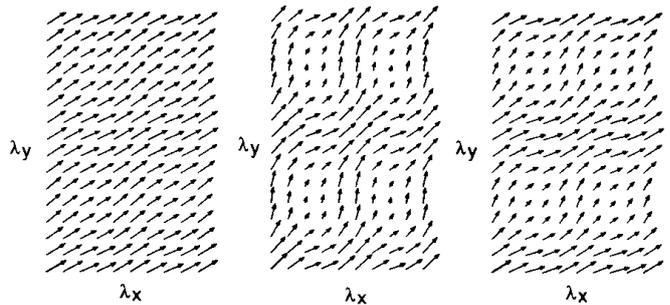
U, V : x, y 軸方向伝搬波の複素振幅

r_x, r_y : x, y 軸方向の反射係数

で与え、反射係数によって様々な残響度の振動場を記述し、インテンシティの特性についてさらに検討を加える。

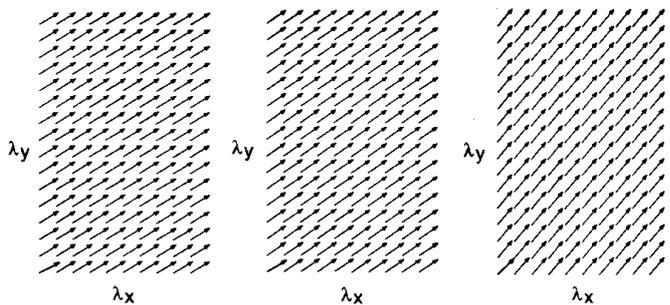
なお本研究では、任意に $U=V=0.01+j0.01$, 曲げ波数 $k_x/k_y=\sqrt{3}$, 大中小三種の反射係数を設定し、インテンシティは式(14)から求めた。

三種の振動場における振動パワーフローの算出結果、平均インテンシティ成分、局所インテンシティ成分をそれぞれ Fig. 7, Fig. 8, Fig. 9 に示す。これらの図には各方向一波長分のパワーフローが示されているが、どれも半波長毎の繰り返しの形態を呈し、反射係数が大きくつまり振動場が残響的になるにつれ、形態は複雑になっている。平均インテンシティ成分は Fig. 8 に示すように位置に依らずどの位置でも一定となり、振動場によってベクトルの向きが異なるだけである。一方、局所インテンシティは Fig. 9 のように振動場に依らず同じ形態



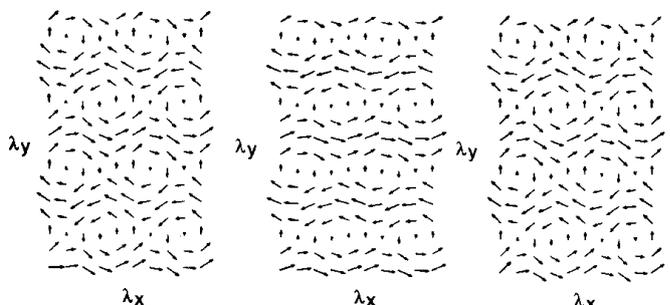
(a) Weak reflection (b) Medium reflection (c) Strong reflection

Fig. 7 Power flow in far-field



(a) Weak reflection (b) Medium reflection (c) Strong reflection

Fig. 8 Mean intensity in far-field



(a) Weak reflection (b) Medium reflection (c) Strong reflection

Fig. 9 Local intensity in far-field

を呈するものの、平均インテンシティに対する局所インテンシティの割合(小:11%, 中:34%, 大:43%)は、反射係数の増加と共に大きくなっている。

以上から、振動パワーフロー形態を複雑かつ半波長周期の形態にするのは局所インテンシティによるものである。また振動数の増加に伴い波長は短くなることを考えると、正確な振動パワーフロー形態を計測するためには、半波長当たり複数点での計測が必要である。そのため、特に対象振動数が高い場合においては、大規模の計測が必要となり実用的とは言えない。むしろ小規模の計測で平均インテンシティが検出できた方が好ましいと考えられる。そのためには、波動成分の把握が必要となるが、4章で述べる波動分離法によって可能となる。

3. これまでの計測方式の検討

振動インテンシティの計測は、面外変位に関する物理量を加速度計やレーザ変位計などを用いて計測し、空間微分項を有限差分近似して求めることが多い。本章では、加速度計を用いて複数点の加速度を検出し有限差分近似を行う方式に限定して議論を行う。

3.1 これまでの計測方式

複数個の加速度計で有限差分近似を行う方式は、1976年にPavicにより最初に提案された⁷⁾。Pavicによれば、一次元の振動インテンシティ計測では三階の空間微分項を得るためには直線上に並べた4点の計測が必要であり、二次元のインテンシティでは、高階の偏微分項を求めるのに十分な数として一方向8点の計測が必要とされた。単純にこの方式で二次元分を求めるにはその倍の16点が必要となり、Fig.10(a)に示すような配置となる。また、16点法の配置に対して x, y の対称性を考慮して点数を減らしたFig.10(b)の配置を用いる12点法が示されている。さらには、一次元の遠距離場でのインテンシティ計測である2点での計測に基づき二次元波を各方向2点合計4点の計測を行う方式(Fig.10(c)、4点法)も簡便な方法として用いられている。2個の加速度計アレイだけを用いてアレイをスキャンして最大の大きさ、方向を計測する2点法もある。

3.2 各計測方式の比較検討

振動インテンシティを計測する場合、計測誤差をさげられない。本研究で検討する有限差分近似に基づく方式では、検出する点間が有限であるため、空間微分量の評価に差分による誤差が含まれる。また検出器の使用に当たっては、検出器の計測対象への取り付けによる質量などの影響、複数の検出器を同時に使用する場合の検出器の取り付け位置の不確かさ、検出器固有の特性の違い(例えば、位相ずれ)などによって計測誤差が生じる。

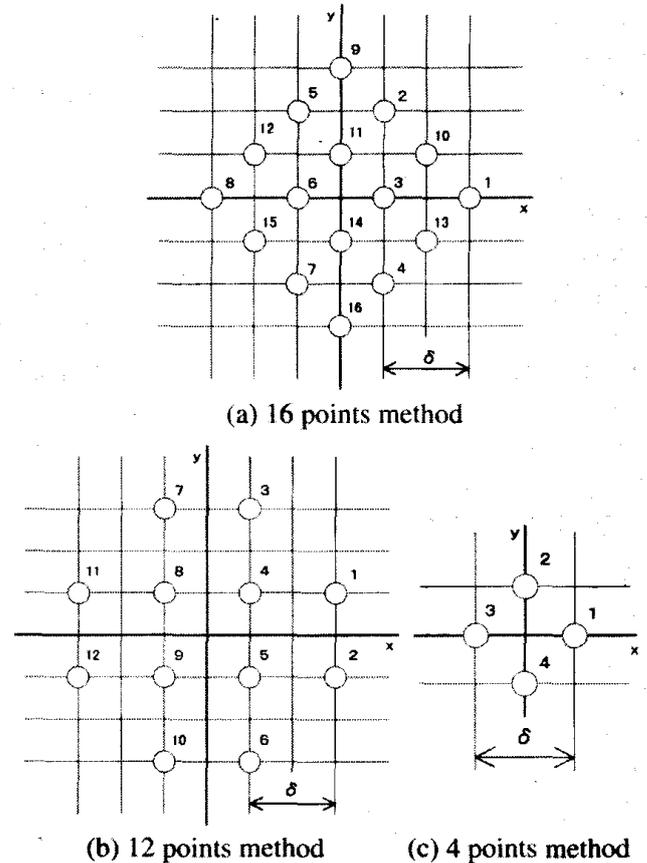


Fig.10 Accelerometer arrangement

取り付けの影響や位置の不確かさによる影響については、文献(19)(20)に詳しいので、本研究では、有限差分近似と検出器固有の特性の違いによる影響について比較検討を行う。なお、検出器固有の特性の違いとは、複数の検出器を使用する場合に、同じ信号を入力したとしても、検出器本体、ケーブル、アンプ類、A/D変換器などを經由して計測された信号に違いが現れるようなことを意味する。特に、加速度計の場合には、加速度計間の位相のずれなどがそれに相当する。

なお、有限差分近似誤差に関しては、加速度計間隔 δ と曲げ波長 λ の比について、計測系の位相ずれによる誤差に関しては、それぞれの加速度計位置の位相ずれが振動インテンシティ計測に及ぼす感度という観点から、個別に加速度計に0.2度のずれがあるとして検討を行うものとする。また、振動場としては前述の波動で与えた遠距離場加振点と減衰点を有す矩形平板を対象とする。矩形平板では遠距離場領域、加振点と減衰点近傍の近接場領域とに分けて議論を行うため、近接場と遠距離場がはっきりと区別できる(3,3)モード395.4Hz時を対象とする。

3.2.1 遠距離場での検討

(a)有限差分近似誤差の影響

Fig.11 に16点法で加速度計間隔を三種に変化させた場合の比較を示す。この図では、反射係数が大きい場合のインテンシティを示している。間隔 δ/λ が0.1まではあまり大差が見られないが、0.3ともなると誤差が大きくなっているのが見て取れる。厳密解との誤差はそれぞれの間隔で、0.1%、9.9%、62%であった。これよりインテンシティの計測精度という点から加速度計間隔の最大値は波長の1/10程度と言える。なお、反射係数が小さい場合には、誤差はそれぞれ0.07%、6.9%、49%であり、振動場が拡散的であるほど有限差分近似の誤差は大きくなっている。

反射係数が大きく、加速度計間隔を波長の1/10のもと

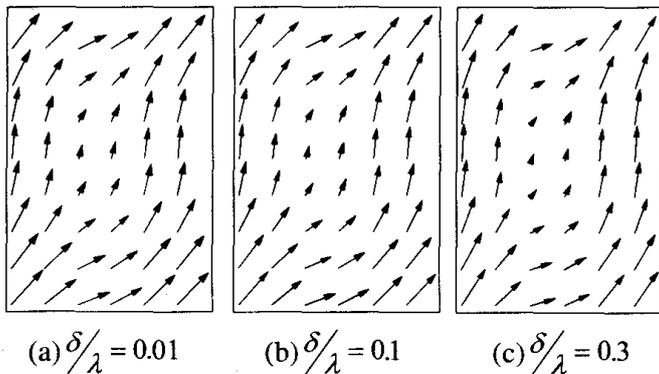


Fig.11 Effect of finite approximation

で、各計測方式の比較を行った結果が Fig.12 である。各計測方式の結果と厳密解とを比較すると、16点法、12点法では誤差がそれぞれ10%程度でありほぼ妥当な結果と言える。しかし、4点法、2点法となると80%以上の誤差が生じており、特に方向については45度程度の誤差が含まれる。このように、加速度計の個数を減らしていくと精度が落ちていることがはっきりと分かる。

(b)位相ずれの影響

16点法と12点法とで誤差は同程度であるため、位相ずれの影響は16点法と4点法、加速度計間隔は波長の1/100と1/10について議論する。

16点法の場合、加速度計間隔が1/100では大きさの誤差は非常に大きな誤差(60000%)が生じる。加速度計間隔が小さくなると差分誤差の影響は小さくなるが、逆に位相ずれの影響が0.2度と小さくてもその影響は多大である。加速度計間隔を1/10と大きくすれば差分による誤差は最大で35%と小さくなることが分かった。一方、4点法では、間隔が1/100では67%、1/10で6%と実用的と言える誤差であった。このように、16点法が4点法より位相ずれの影響が顕著に現れた原因としては、三階の空間微分項を16点法で求める際に用いられる加速度計の位相ずれ感度が大きいためである。

以上から、位相ずれの影響は加速度計を多数要する方式で大きく、少数個の加速度計を使用する方式は頑健であり、前項と同様に加速度計間隔は1/10程度が妥当であると言える。

3.2.2 矩形平板での検討

(a)有限差分近似誤差の影響

この場合も前項と同様に、三種の加速度計間隔で検討を行った。間隔を大きくすると3.2.1(a)項同様に誤差は大きくなり、遠距離場領域より近接場領域で誤差は大きくなった。これは、加振点や減衰点で変位の高階微分で記述されるせん断力やモーメントがその点において不連続に変化しているためである。

結果の一例として、間隔を波長の1/10としたときの矩形平板内の誤差分布を Fig.13 に示す。16点法では、理論的に近接場での振動インテンシティ計測が可能であるが、近接場領域で誤差が20%を越えている。一方、4点法では近接場での計測は本質的に不能であるため、近接場領域での誤差は平均43%と大きく、遠距離場領域においては平均19%程度である。

以上のように、有限差分近似誤差の影響は、遠距離場領域より近接場領域で大きいことが分かる。

(b)位相ずれの影響

加速度計間隔を波長の1/10として、0.2度の位相ずれの影響を検討した。16点法では、遠距離場領域の方が近

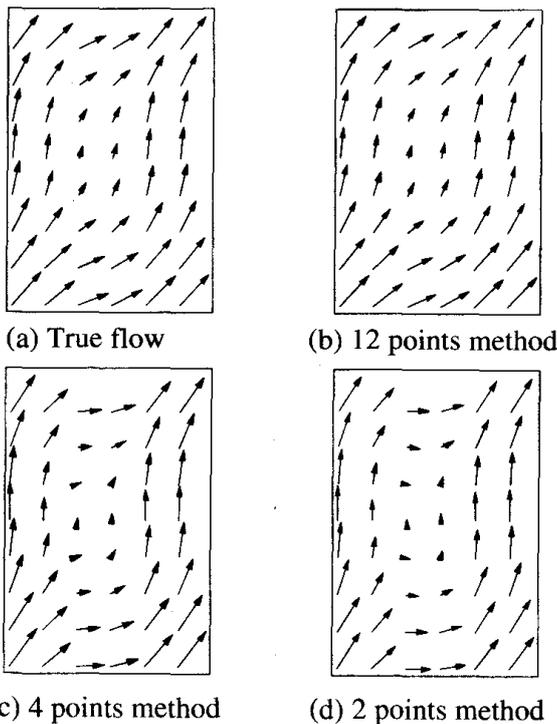


Fig.12 Comparison between several methods

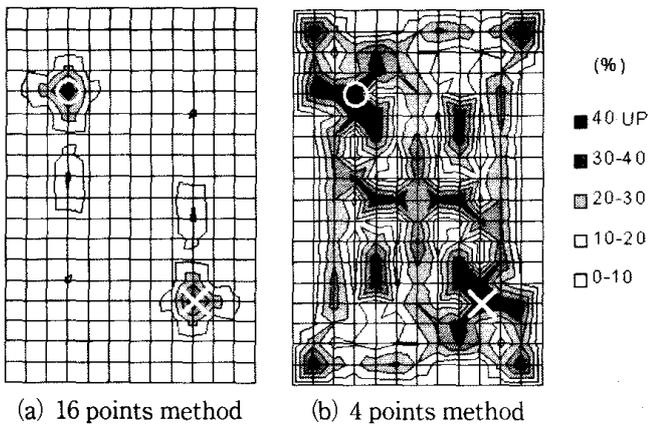


Fig.13 Magnitude error of intensity in a rectangular plate

接場領域よりも大きく、それぞれ最大誤差は289%、102%であった。また、位相ずれの感度が最大となるのは、三階の微分項を差分する際に必要な加速度計の位置である。一方、4点法の最大の誤差は、遠距離場領域で53%、近接場領域で49%と大きな違いは見られなかった。

矩形平板においても、多数の加速度計を使用する方式では位相ずれの影響は大きいことが分かる。また、そのような方式では理論的には近接場での精度良いインテンシティ計測は可能ではあるが、加速度計の位置によっては100%を越える誤差が生じ、近接場での精度良い計測は難しいと言える。

3.3 実用的な計測方式の考察

3.2節の比較検討から、実用的な計測方式として、以下の二点に留意することが必要と言える。

- (1) 近接場の振動インテンシティを精度良く計測することは困難であるため、加振点などの位置の特定には他の手段を講じる。
- (2) 遠距離場での完全な計測が可能であり、計測系の位相ずれなどの影響が小さい少数個の加速度計を使用する方式を用いる。

4. 実用的計測方式

本章では、3.3節の考察に基づき、新たに実用的な振動インテンシティ計測方式として5点法と波動分離法を提案し、その有効性を数値計算と実験によって検証する。その後、固体伝搬音解析を行うための振動インテンシティ計測を用いた新しいアプローチを示す。

4.1 5点法

減衰波の影響が無視できれば、振動インテンシティは、式(7)から式(13)と空間微分項の次数を低減することができる。そこで、本研究では式(13)に基づきこの式中の空間微分項を求めるために、Fig.14に示す5点の加速度計を配置する5点法を提案する。各空間微分項を求める

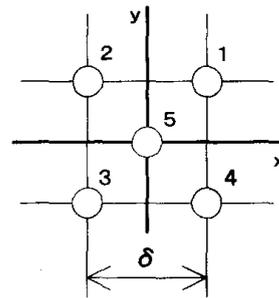


Fig.14 Transducer array of 5 points method

差分式は以下の通り。

$$\zeta = \zeta_5 \quad \dots(17)$$

$$\frac{\partial \zeta}{\partial x} = \frac{\zeta_1 - \zeta_2 - \zeta_3 + \zeta_4}{2\delta} \quad \dots(18)$$

$$\frac{\partial \zeta}{\partial y} = \frac{\zeta_1 + \zeta_2 - \zeta_3 - \zeta_4}{2\delta} \quad \dots(19)$$

$$\frac{\partial^2 \zeta}{\partial x \partial y} = \frac{\zeta_1 - \zeta_2 + \zeta_3 - \zeta_4}{\delta^2} \quad \dots(20)$$

なお、 x, y 各方向の曲げ波数成分 k_x, k_y は Fig.14 の配置を45度回転させ、次式から評価する。

$$\frac{\partial^2 \zeta}{\partial x^2} = \frac{2(\zeta_1 + \zeta_3 - 2\zeta_5)}{\delta^2} = -k_x^2 \zeta \quad \dots(21)$$

$$\frac{\partial^2 \zeta}{\partial y^2} = \frac{2(\zeta_2 + \zeta_4 - 2\zeta_5)}{\delta^2} = -k_y^2 \zeta \quad \dots(22)$$

4.2 波動分離法

曲げ波による面外振動は、式(8)に示したように、伝搬波と減衰波の和で構成することができる。逆にこれらの構成成分に分離することも可能である。一次元については、構成要素が四つで、四点の振動振幅からあるいは四種の空間微分項から行列演算により分離算出することができた⁽¹³⁾。二次元については、波動成分の構成要素が八つとなるが、空間微分項は独立に六つしか得られないので、文献(13)では近接場の項に仮定を設け、構成要素を六つに削減して分離を試みた。そこで、本研究ではそのような仮定を用いることなく八つの項を分離算出する方法を提案する。

4.2.1 振動変位成分への分離

振動変位を構成する八つの成分を伝搬波成分と、近接場を表す減衰波成分のグループに分け、それぞれのグループを以下の方法で求める。

式(8)を x に関して二階微分を行う。

$$\frac{\partial^2 \zeta}{\partial x^2} = -k_x^2 \{ Ae^{-j(k_x x + k_y y)} + Be^{j(k_x x + k_y y)} + Ce^{-j(k_x x - k_y y)} + De^{j(k_x x - k_y y)} \} + k_x^2 \{ Ee^{-(k_x x + k_y y)} + Fe^{k_x x + k_y y} + Ge^{-(k_x x - k_y y)} + He^{k_x x - k_y y} \} \quad \dots(23)$$

式(8)の両辺に $-k_x^2$ を掛けたものと、式(23)との和、差を求めると、

$$Ae^{-j(k_x x + k_y y)} + Be^{j(k_x x + k_y y)} + Ce^{-j(k_x x - k_y y)} + De^{j(k_x x - k_y y)} \\ = \frac{1}{2} \left(\zeta - \frac{1}{k_x^2} \frac{\partial^2 \zeta}{\partial x^2} \right) \equiv \alpha \quad \dots(24)$$

$$Ee^{-j(k_x x + k_y y)} + Fe^{j(k_x x + k_y y)} + Ge^{-j(k_x x - k_y y)} + He^{j(k_x x - k_y y)} \\ = \frac{1}{2} \left(\zeta + \frac{1}{k_x^2} \frac{\partial^2 \zeta}{\partial x^2} \right) \equiv \beta \quad \dots(25)$$

4.2.2 波動解振幅への分離

振動変位が二つのグループに分けられ、それぞれ四つの項からなる式であるために、任意の4点の変位情報($\alpha_1, \alpha_2, \alpha_3, \alpha_4$)を得れば、次式を用いて完全に分離することが可能となる。

$$\begin{bmatrix} A \\ B \\ C \\ D \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} e^{-j(k_x x_1 + k_y y_1)} & e^{j(k_x x_1 + k_y y_1)} & e^{-j(k_x x_1 - k_y y_1)} & e^{j(k_x x_1 - k_y y_1)} \\ e^{-j(k_x x_2 + k_y y_2)} & e^{j(k_x x_2 + k_y y_2)} & e^{-j(k_x x_2 - k_y y_2)} & e^{j(k_x x_2 - k_y y_2)} \\ e^{-j(k_x x_3 + k_y y_3)} & e^{j(k_x x_3 + k_y y_3)} & e^{-j(k_x x_3 - k_y y_3)} & e^{j(k_x x_3 - k_y y_3)} \\ e^{-j(k_x x_4 + k_y y_4)} & e^{j(k_x x_4 + k_y y_4)} & e^{-j(k_x x_4 - k_y y_4)} & e^{j(k_x x_4 - k_y y_4)} \end{bmatrix}^{-1} \begin{bmatrix} \alpha_1 \\ \alpha_2 \\ \alpha_3 \\ \alpha_4 \end{bmatrix} \quad \dots(26)$$

このようにして振動場を構成するそれぞれの波動成分が

得られれば、2章で示した式(13)から遠距離場の振動インテンシティを算出することができ、4点の変位情報だけの小規模計測で大まかなエネルギーの伝搬経路と伝達量を計測することが可能となる。

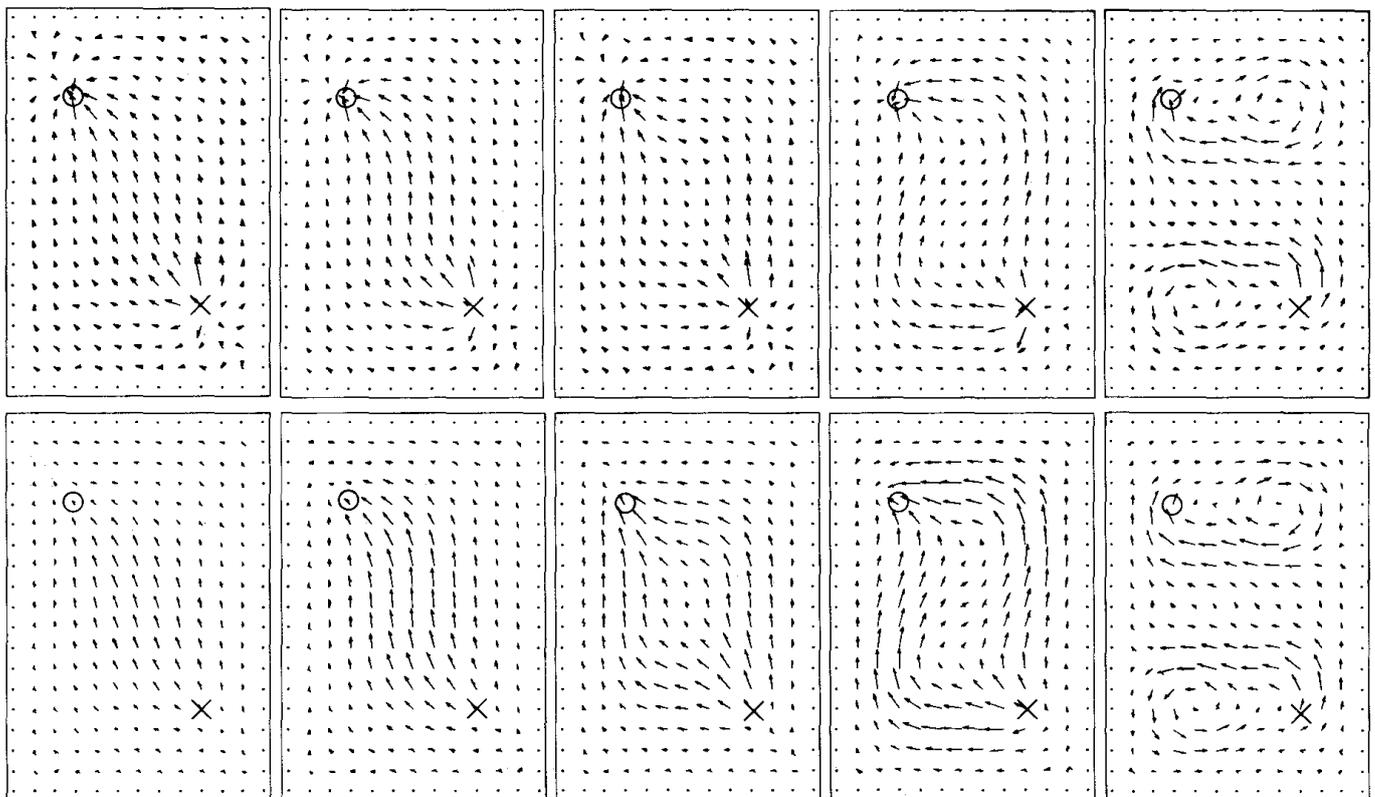
4.3 数値的検討

本節では、前述の周辺単純支持された矩形平板を対象に、5点法による振動インテンシティ計測、波動分離法による近接場の把握、少数個の計測による平均インテンシティの算出について数値的に検討を行う。なお、対象平板の振動変位は前報と同様に x, y 方向それぞれ50モード考慮したモード解の重ね合わせとして求めることとした。また、振動インテンシティは直接振動変位を空間微分することで求め、以下これを厳密解と称する。

4.3.1 インテンシティ計測

(a) 厳密解との比較

実験では一個毎に加速度計を配置することは困難であり、台座などの上に配置したアレイを用いるのが一般的である。そのため、加速度計間隔は一定とし、実験と同様に加速度計間隔を0.0283m とする。振動インテンシティの計算は、矩形平板上の縦横50mm 間隔の格子点187点で行う。



(a) (1,1)Mode 43.9Hz (b) (1,2)Mode 84.5Hz (c) (2,2)Mode 175.8Hz (d) (2,3)Mode 243.3Hz (e) (3,2)Mode 327.8Hz
(Upper : By exact solution , Lower : By 5 points method ; × : Excited position , ○ : Damper position)

Fig.15 Simulation results of structural intensity measurement

Fig.15 の上段に厳密解，下段に5点法による結果を示す。ここではそれぞれの流れを見やすくすることを意図してベクトルのスケールは統一していない。どちらの場合も(e)の渦巻き型を除いて加振点から減衰点への流れを見ることができる。しかし、5点法の結果では、遠距離場の仮定を前提としているため、Fig.16 に加振点近傍を拡大した結果を示すように、正確な加振点の位置を同定することは困難である。

Fig.17 は(1,1)モードと(2,2)モードにおける厳密解と5点法による結果の大きさの差について比較したものである。各モード時の波長はそれぞれ1.0m, 0.5m であり、波長が短くなると、減衰波による近接場が縮小し遠距離場つまり5点法の適用範囲が拡大していることが分かる。また、定量的な検討として図における上下二等分線を下側(加振点側)から上側(減衰点側)に通過する伝達パワーをそれぞれ算出したインテンシティから評価した。その結果は厳密解による伝達パワーに対する5点法によるパワーの比として Table 1 に示す。(1,1)モード以外では、離散的なインテンシティ算出値を用いているために生じる誤差以内でよく一致している。しかし(1,1)モードについては、Fig.16 に示すように伝達パワーの評

Table 1 Propagating power ratio (5 points method/Exact)

Mode	(1,1)	(1,2)	(2,2)	(2,3)	(3,2)
Power Ratio	0.85	1.04	1.00	0.96	1.00

価を行った領域の近接場の影響が10%以上であり、厳密解では減衰波の影響を考慮できるのに対し、5点法ではそれを無視したものとなるため、15%の誤差が生じていると考えられる。

以上の検討の結果、近接場を含んだ振動場においても近接場の影響がなるべく小さくなるような場所においての評価であれば、5点法を用いて振動インテンシティを精度良く計測することができると言える。

(b)有限差分近似誤差と位相ずれの影響

3.2節同様に、波動解で与えた遠距離場のみを対象に、有限差分近似誤差と位相ずれが5点法による振動インテンシティ計測結果に及ぼす影響について検討を行った。

これまでの方式では、振動場が拡散的になるほど有限差分近似誤差の影響は大きくなったが、5点法の場合にもその傾向は同じであるが、大差は見られなかった。

加速度計間隔は波長の1/10とした場合、前述の通り16点法、12点法で10%程度、4点法、2点法で80%以上の誤差であったのに対し、5点法では最も小さく5%の誤差、間隔 δ/λ が39%の小さな誤差であった。

さらに、位相ずれの影響については、間隔 δ/λ が0.1のもと4点法が6%であったのに対し、5点法では同程度の7%と実用的な誤差であった。

以上のように、5点法は他の計測方式に比べ、有限差分近似誤差や位相ずれの影響が小さく、頑健に計測することができる方式であると言える。

4.3.2 波動分離法

(a)近接場の把握

平板全面にわたって式(25)を適用すれば、減衰波つまり近接場を把握することが可能となる。これにより、近接場でのインテンシティの記述が不能でインテンシティ計測の利点である加振源の同定が困難な5点法をさらに有効に活用することができる。そこで、前述の矩形平板を対象に前節と同様な187点において、5点法の加速度計配置 (Fig.14) を45度回転した状態で、式(24)(25)の α と β 値を評価し、二つの成分への分離を試みた。

(1,1)モード、(2,2)モードの場合についての分離結果を Fig.18 に示す。全体の面外変位に対する各成分の割合は10:1と伝搬波成分の方が減衰波成分より大きい、同図(c)、(f)の減衰波成分より明確に近接場の影響を知ることができる。また、5点法による遠距離場のインテンシティの流れの計測結果と組み合わせることにより、加振源の位置を見極めることが可能となる。

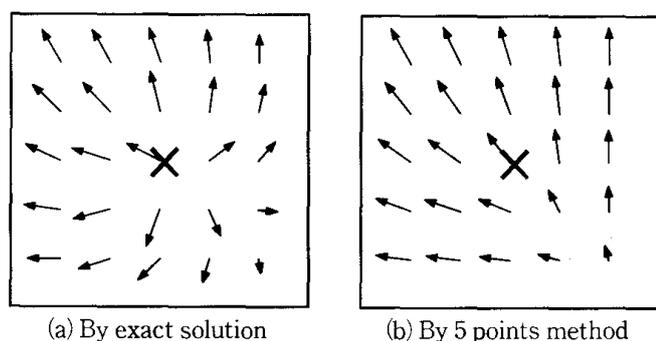


Fig.16 Power flow around excited position

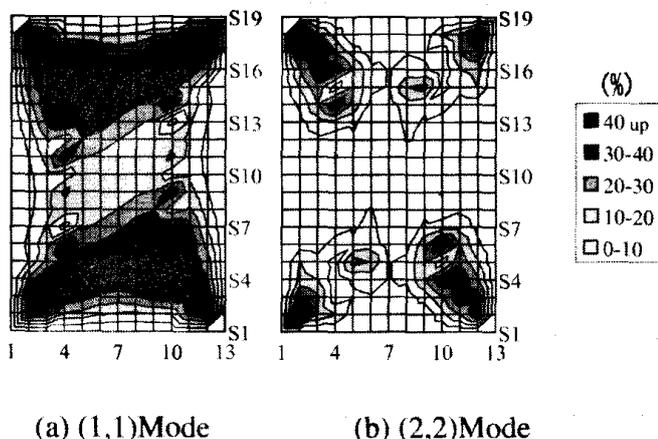


Fig.17 Difference between exact and 5 points method (magnitude)

(b)平均インテンシティの算出

式(14)に示すように、遠距離場の全インテンシティが位置による成分(局所インテンシティ)と平均的な成分(平均インテンシティ)とから構成されることを示した。 y 方向の平均インテンシティは遠距離場の全インテンシティの x 方向単位波長間の平均に相当する。そのため、平均インテンシティが算出できれば平均的なパワーフローの把握が可能となる。そのため、連続な平面上の任意の四点の変位情報($\alpha_1, \alpha_2, \alpha_3, \alpha_4$)を5点法の加速度アレイによって計測し、式(16)に代入、完全な分離を行えば各伝搬波の振幅を求められ、式(14)より平均インテンシティの算出が可能となる。つまり、四点という少数点での計測で平均的な振動パワーフローを検出することが可能となる(減衰波の各振幅も同時に求められる)。なお、インテンシティには伝搬波と減衰波との連成成分も存在するが、平均的な流れという点においては伝搬波のみを考慮すればよく、また減衰波の影響が小さいところでは、伝搬波のみを考慮した遠距離場での扱いで十分である。

そこで、前述の平板を対象に平均インテンシティの算出を試みた。対象とする平板には加振点と減衰点があるため、それらの点と境界によって連続一様な振動場は9

個存在することになる。そのため、ここでは合計36点において α, β 値の算出を行った。**Fig.19**に(1,1)モード、(2,2)モードの場合について、完全な波動分離を行い、式(8)から再構築した面外変位(減衰波を含む)と、式(14)から再構築した遠距離場での全インテンシティと平均インテンシティの算出結果を示す。どちらの場合においても面外変位が正しく再構築されていることが分かる。また、(1,1)モードの**Fig.19(b)**の場合には、**Fig.17(a)**から分かるように減衰波の影響が大きいため、**Fig.15(a)**と一致していない。しかし、減衰波の影響が小さい(2,2)モードの**Fig.19(e)**は、**Fig.15(c)**と良く一致した結果となっており、波動分離が正しく行われていることが確認できる。さらに、平均インテンシティの算出結果である**Fig.19(c), (f)**を見ると、両方のモードの平均的なパワーフローは同様に加振点から減衰点への一様な流れを表していることが分かる。

次に、算出した平均インテンシティから4.3.1節と同様に図の上下二等分線を通る伝達パワーの評価について検討を行った。ここでは、4.2.1節で求めた厳密解による伝達パワーとの比として求めた。(1,1)モード、(2,2)モードについてそれぞれの比は0.81, 0.99となり、**Table 1**の0.85, 1.00の値と良く一致しており、遠距離場での

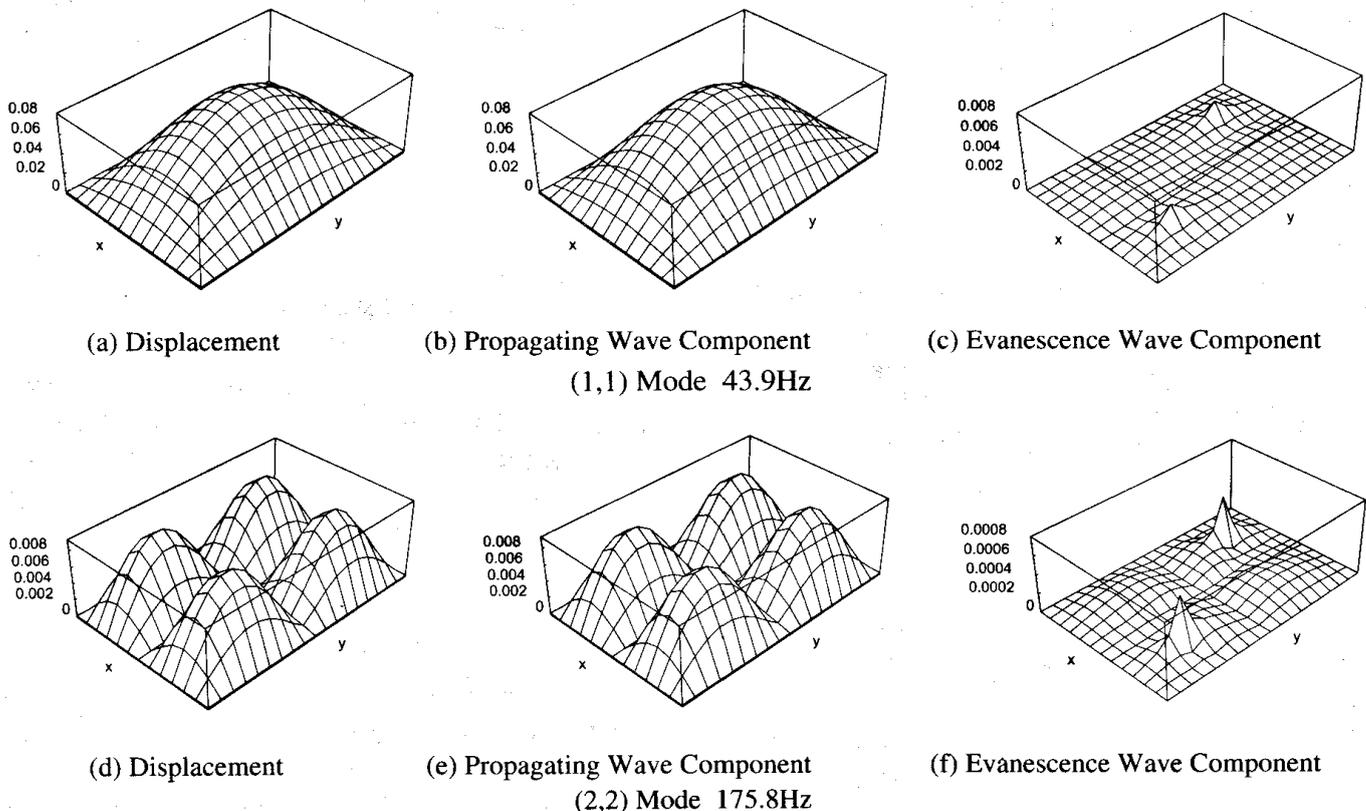
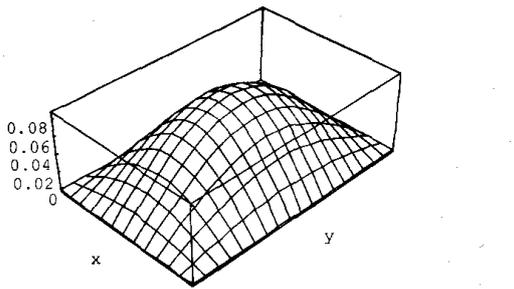
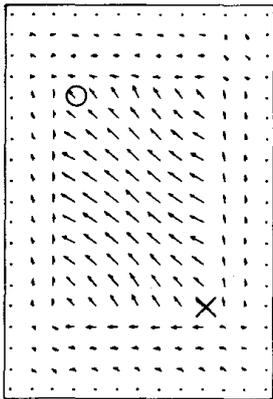


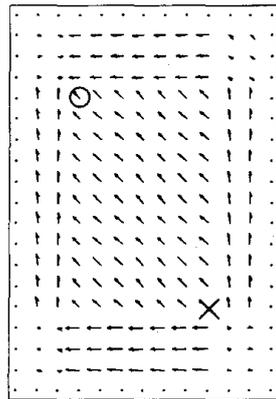
Fig.18 Numerical results of wave decomposition method for knowing the vibrational field



(a) Reconstructed Displacement

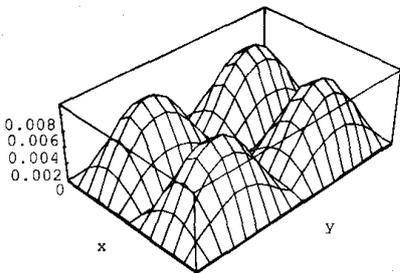


(b) Total Intensity

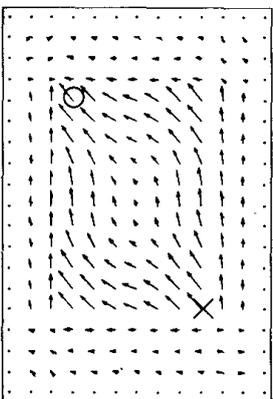


(c) Mean Intensity

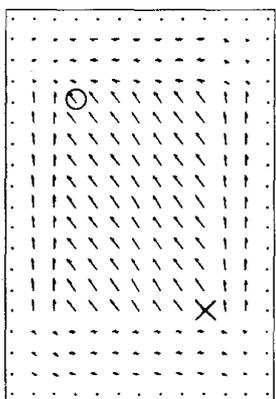
(1,1) Mode 43.9Hz



(d) Reconstructed Displacement



(e) Total Intensity



(f) Mean Intensity

(2,2) Mode 175.8Hz

Fig.19 Numerical results of mean intensity

伝達パワーを平均インテンシティから精度良く評価できることを示している。

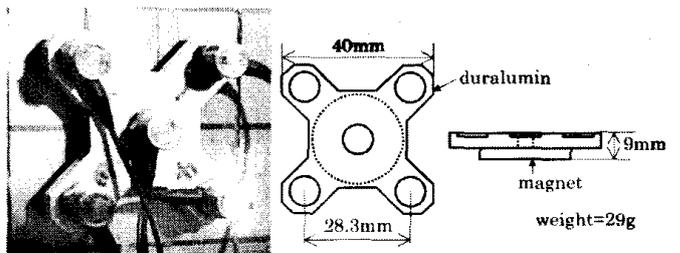
以上から、少数点での計測により平均インテンシティを算出すれば、近接場の影響の小さい領域での伝達パワーを精度良く評価することが可能である。この手法は、多大な時間と労力を費やし多数点で詳細にインテンシティを計測するよりも目的によっては便利であり、実用的な手法であると言える。

4.4 実験的検討

前節では数値計算によって5点法による振動インテンシティ計測は遠距離場であれば精度良く計測することが可能であること、近接場の把握が波動分離法によって正しく行えること、少数点での計測によって平均パワーフローの評価が可能であることを確認した。そこで、本節では実験的にそれらの事柄について検討を行う。

4.4.1 実験装置

実験対象は前章と同様に鋼製の大きさ0.9m×0.6m×4.5mmの薄板とし、周辺をナイフエッジ状に支持するフレームで囲み実験台上に固定した。加振と減衰はそれぞれ点(0.45,0.2)、点(0.15,0.7)とし、加振には小型加振器(BK4810)を使用し、入力パワーを計測するためのインピーダンスヘッド(BK8001)を介して鋼板とボルト留めした。減衰には鋼板にボルト留めした鋼棒(4mm径)を砂に埋め、その先端には砂との摩擦が大きくなるような加工を施したものを使用した。5点法の加速度計アレイは、5個の加速度計(BK4393)をFig.20に示すようなジュラルミン製の磁石付き台座(質量29g)上に固定し、磁石で対象構造物に固定できるものを用い、計測の簡便化を計った。前述したように加速度計間隔は一定の0.0283mである。チャージアンプ、ケーブル及び加速度計に至る計測系統間の位相ずれは計測精度に大きく影響するため、事前にFig.21に示すように位相ずれが0.2度以下の計測系統の組み合わせを使用し、特に補正を行わなくてもいいと考えた。また、台座の影響は、台座の有無のインテンシティ計測結果の比較を行い、Fig.22に示すように概ね1kHz前後までは無視できる程度である



(a) Apparatus

(b) Sketch of base block

Fig.20 Array of 5 transducer array method

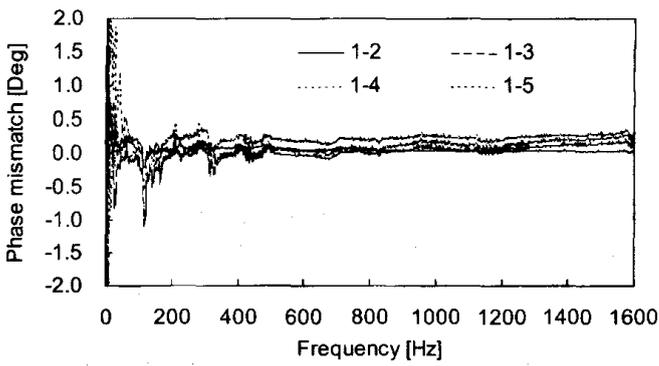


Fig.21 Phase mismatches between accelerometers (i-j : phase mismatch between accelerometer i and j)

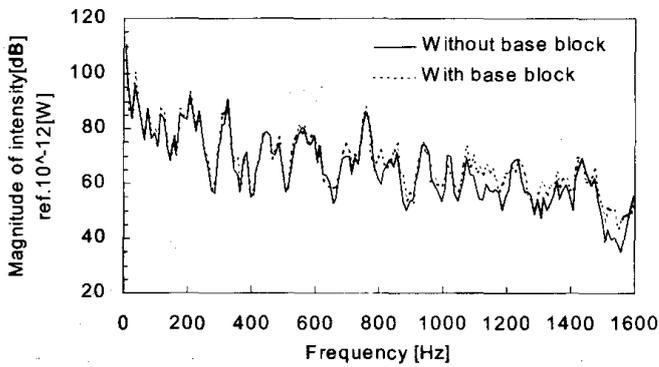


Fig.22 Comparison of measured intensity with or without the base block

ことを確認している。

加速度信号はチャージアンプ (BK2635) を経て A/D 変換機能を備えたデジタルレコーダ (TEAC DR-M3a) に蓄えリムーバブルディスクに保存される。その後、パソコンで FFT 演算, インテンシティ計算を行う。また, 加振信号 (インテンシティ計測には疑似ランダム, 波動

分離には正弦を使用) は FFT アナライザ (BK2032) で発生させる。さらに, インピーダンスヘッドによる力, 加速度信号も加速度信号と同様に処理される。

4.4.2 振動インテンシティ計測

計測では数値的検討と同様に 50mm×50mm の格子点毎に 5 点法加速度計アレイを配置し合計 187 点で一点毎 Fig.20(a) のアレイを用いて計測を行った。

振動インテンシティ計測結果の一例は Fig.23 の通りである。Fig.15 の数値計算結果と見比べてみると, どのモードにおいても振動パワーの流れに対応を確認することができ, (d) の渦巻き型を除けば加振点近傍から減衰点近傍への流れを観察できる。しかし, (a) の (1,2) モードでは減衰点近傍の流れは数値計算と一致していない。これは, ダンパの効果为数値計算の作用とは一致しなかったためと思われる。

さらに, 定量的な検討としてインピーダンスヘッドによって計測した加振器による入力パワーと, 数値計算と同様に平板の上下二等分線を通る伝達パワーの比較を行った。その結果は入力パワーに対する伝達パワーの比として Table 2 に示す。振動インテンシティと計測格子間隔長さとの積を求めその総和として伝達パワーを評価する場合, 計測間隔と波長の関係によっては正しい評価が行えないことも考えられる。一般には波長が短くなるにつれその誤差も広がる。このことを考慮すれば, Table 2 の結果のように周波数が高くなると誤差が大きくなっていくことが納得できる。

Table 2 Experimental estimation of propagating power

Mode	(1,2)	(2,2)	(2,3)	(3,2)
Power Ratio	0.78	0.71	0.69	0.60

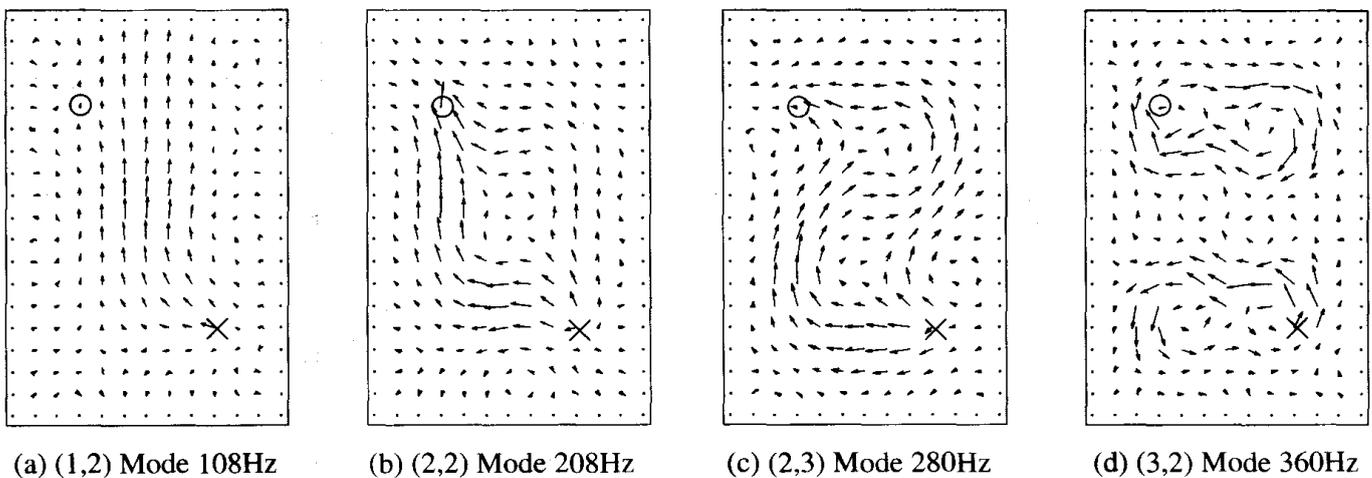


Fig.23 Experimental results of structural intensity measurement

4.4.3 近接場の把握

数値計算では、波動分離法による減衰波の影響を明確に観察することができた。そこで、振動インテンシティ計測と同様な手順で加速度計アレイを45度回転した状態で合計187点で α , β の値を計測し、成分分離を行った。その結果を Fig.24 に示す。数値的検討同様に面外変位の主な成分は伝搬波成分であり、減衰波成分の割合は小さいことが分かる。また、加振点による近接場の影響も数値計算結果ほどではないものの観察可能である。この原因は、計測、算出誤差の影響で加振点近傍以外の変位が減衰波成分に現れているためである。数値的検討では伝搬波成分と減衰波成分の比が1/10程度であったことを考慮すれば、誤差に埋もれる程度の小さなものを計測していると考えられるが、今回の結果程度に求められれば加振点の位置の特定には十分であり、この目的には有効に活用できると言える。

4.4.4 平均インテンシティの算出

簡便な計測法として平均インテンシティの算出は有効

であることが数値計算によって確認された。この場合、連続する二次元の振動場毎に任意の四点での α 値を計測すればよいため、4.4.3項で用いたデータから任意に四点ずつ選択し検討を行った。その結果、再構築した面外変位と遠距離場での全インテンシティ、平均インテンシティを Fig.25 に示す。面外変位と全インテンシティの結果をそれぞれ Fig.24(a) と Fig.23(b) と比べてみると、正しく波動分離が行われ再構築がなされていることが確認できる。

また、Fig.25(c) の平均インテンシティからは、加振点から減衰点への平均的な振動パワーフローが求められている。そこで平均インテンシティから伝達パワーを評価し、入力パワーと比較を行ったところ、その比が1.13となった。詳細なインテンシティ計測に基づいて評価した4.4.2項の結果0.71と比較すると、精度が良くなっている。4.4.2項のインテンシティからの評価では、11点という多くの点で計測を行っているため、一点毎の計測誤差が積み重なり大きな誤差になる可能性が高く、かつ波長

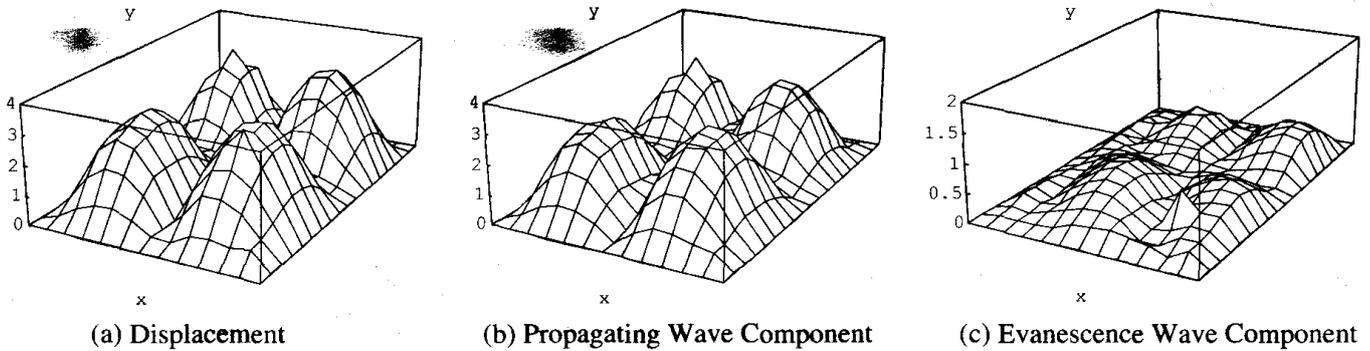


Fig. 24 Experimental results of wave decomposition method for knowing the vibrational field ($\times 10^{-6}$) in case of (2,2) Mode 208Hz

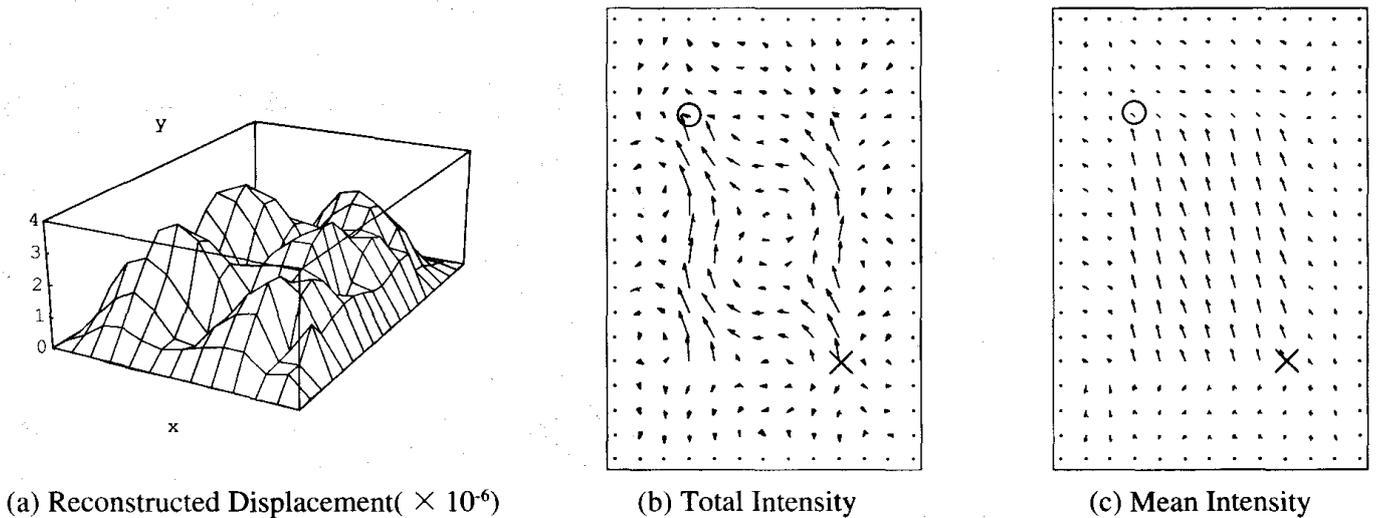


Fig.25 Experimental result of mean intensity in case of (2,2) Mode 208Hz

と計測点間隔の問題もある。それに対し、本項のような少数点（四点）での計測による平均インテンシティからの評価では誤差の影響が少ないと考えられる。そのため、評価値の向上がなされたと言える。また、計測時間、手間では圧倒的に平均インテンシティを算出する方が簡易であり、特に、より高い周波数においては詳細なインテンシティ計測は計測点間隔をさらに細かくする必要があり、そのような場合に特に平均インテンシティの検出は便利であろう。

5. 実構造物への適用

前章では、5点法と波動分離法を提案し、新たな振動インテンシティ計測の実用的な手法を示し、構造物の基本的構成部材である平板単体を対象に、数値的かつ実験的に実用的計測手法の有効性を検証した。そこで本章では、実用的手法を用いた固体伝搬音解析について論じ、平板を組み合わせた実際の構造物に近いものを対象に、振動インテンシティを用いた固体伝搬音解析を試みる。

5.1 振動インテンシティを用いた固体伝搬音解析

5.1.1 振動インテンシティ計測

構造物上で詳細に振動インテンシティを計測すれば、他の方法では知ることのできない構造物内のエネルギー伝搬経路の解明に有効である。また、その伝搬量を知ることができ、構造物をいくつかの要素に分割し要素間のパワー平衡に注目する統計的エネルギー解析法 (Statistical Energy Analysis: SEA 法)²¹⁾ の伝達パワーの評価等に援用することが考えられる。そのために、詳細に振動インテンシティを計測するためには5点法を用いる。

5.1.2 振動変位成分への分離

固体伝搬音を低減するには、外部から構造物へのパワー入力箇所を明らかにすることが重要である。外部からのパワー入力箇所を特定するためには、理論的には振動インテンシティ計測で可能であるが、そのような箇所でのインテンシティ計測は実際には難しい。そのため、パワーの入力箇所を知るために、波動分離法によって減衰波成分を求める。

5.1.3 波動解振幅への分離

固体伝搬音は、特に大型で複雑な構造物で問題となる。そのような構造物に SEA 法を適用すると、計測量が膨大となり、計測時間や労力を多大に要してしまう。そのため、簡易な計測で振動状態を把握できることが望まれる。そこで、波動分離法によって各振幅値を求めれば、座標に依存しない平均インテンシティ I_x^{mean} や波動分離された振動場全体の時間平均振動エネルギー E が、以下のようにそれぞれ算出することができ、計測時間や労力を大幅に低減することが可能となる。

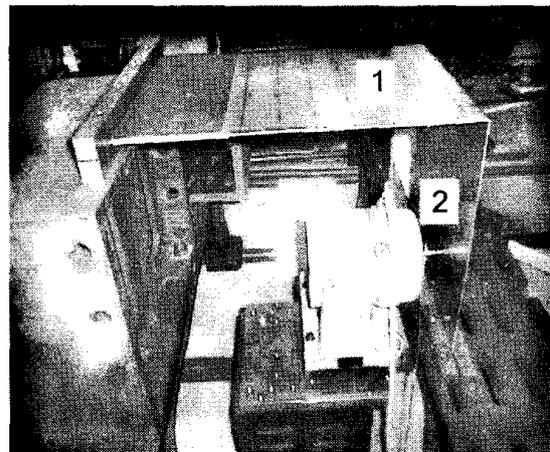
$$I_x^{mean}(\omega) = 2\omega B_0 (k_x^2 + k_y^2) k_x (|A|^2 - |B|^2 + |C|^2 - |D|^2) \quad \dots(27)$$

$$E = m \langle \overline{v^2} \rangle_t = \frac{1}{2} m \omega^2 (|A|^2 + |B|^2 + |C|^2 + |D|^2) \quad \dots(28)$$

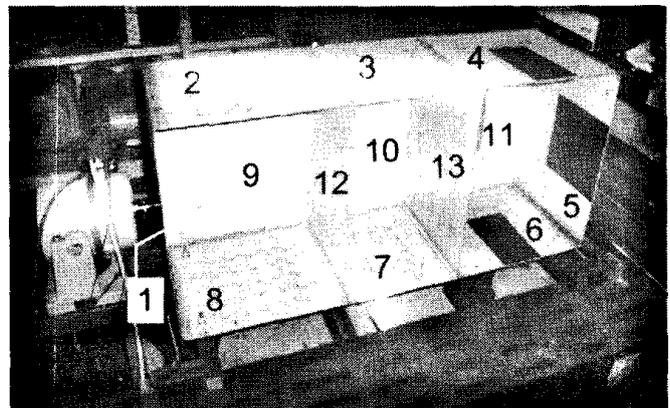
ただし、 $\langle \rangle_t$ は時間平均、 m は構造物の質量である。

5.2 実験対象

対象とする構造物は、Fig.26 に示す L 型、箱型の二種類の平板構造物と、Fig.27 に示す軽自動車の左フロントドアパネルである。L 型構造物は一枚の鋼製平板（板厚 2 mm）を平板 1 (500mm×350mm) と平板 2 (400mm×350mm) となるように折り曲げて製作、折り曲げ部と相対する二辺を鋼製のフレームに挟み固定条件に近い状態で実験台にそれぞれ固定してある。平板 1 の固定端側から 150mm に至る領域には、他の構造物などが接続されてエネルギーが伝達していることを模擬して、制振材（厚さ 3 mm）を両面に貼付してある。箱型構造物は鋼製平板（板厚 2 mm）を折り曲げや溶接で製作、構造物の底面四カ所で防振ゴムを介し実験台に固定して



(a) L-shaped structure



(b) Box-like structure

Fig.26 Setup of plate structures

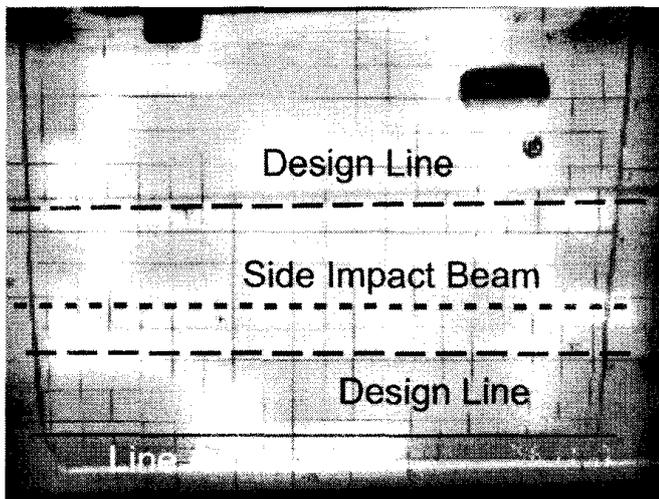


Fig.27 Tested left front door panel of a vehicle

ある。なお、箱型構造物も厚さ 3 mm の制振材を平板4, 5, 6, 11の一部の両面に平板13の片面に貼付してある。ドアパネルは、軽自動車車体全体を四つのリジッドラック上に設置した状態とし、アウターパネル（板厚0.86mm）を計測対象とする。ドアパネルの裏面には Fig.27 中に示す位置にサイドインパクトビームが数点で連結されており、水平に二本（設計ライン）となるようなビード加工がなされている。

なお計測は、4.4.1項の計測システムと同様であるが、薄いドアパネルの場合、インテンシティ計測が台座の影響が無視できるのは700Hz程度までとなる。また、加振点はL型構造物では平板2，箱型構造物では平板1，ドアパネルでは、フロントバンパ下のフロント補強ビームに設定した。

5.3 振動インテンシティ計測

5点法により平板構造物上の多数の点で振動インテンシティ計測を行う。L型構造物では、制振材を貼付した場所以外に結合辺と直交する方向に50mm 間隔、平行な方向に25mm 間隔の159点、箱型構造物では、両面に制振材で覆われた平板4, 5, 6, 11では制振材の周囲のみ、片面を覆われた平板13では制振材を貼付していない平板と同様に50mm 間隔の合計302点、ドアパネルは50mm×50mm の格子点232点で行う。また、計測した振動インテンシティから平板間の伝達パワー量の評価を行い、SEA 法による予測結果と比較を行う。これより、インテンシティ計測結果の妥当性、SEA 法への援用について検討する。

振動インテンシティの計測結果は1/1オクターブバンド毎に処理し、その一例として125Hz オクターブバンドの結果を Fig.28, Fig.29, Fig.30 に示す。これらにより詳細な振動エネルギーの伝搬経路を知ることができてい

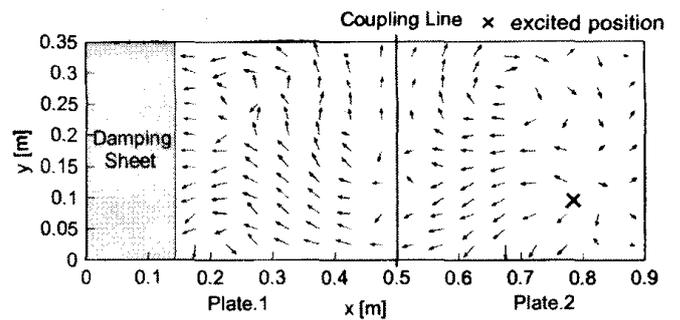


Fig.28 Result of structural intensity measurement of the L-shaped structure at 125Hz octave band

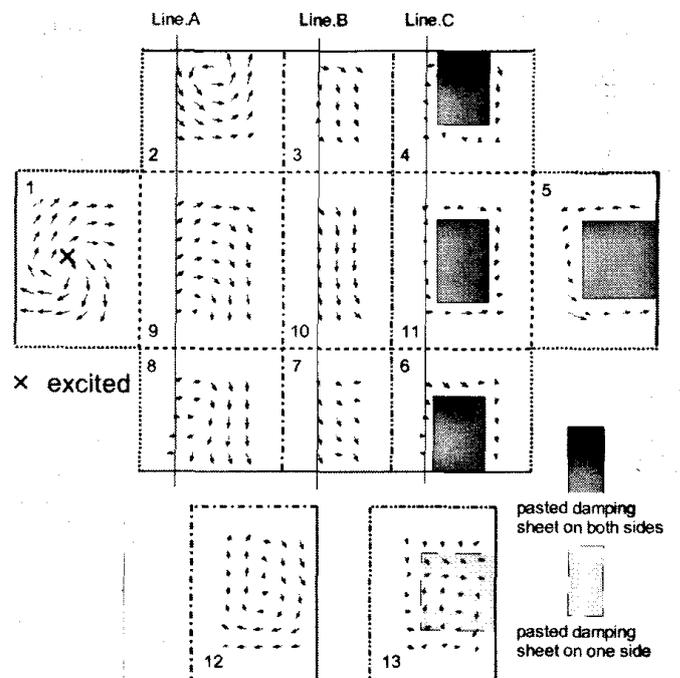


Fig.29 Results of structural intensity measurement of the box-like structure at 125Hz octave band

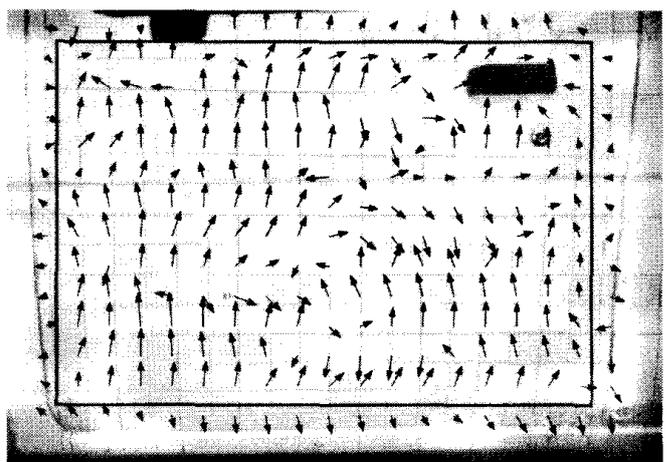


Fig.30 Result of structural intensity measurement of the left front door panel at 125Hz octave band

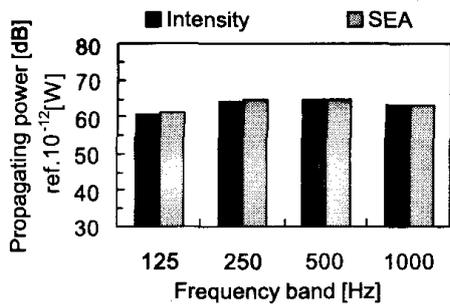


Fig.31 Estimation of propagating power in L-shaped structure

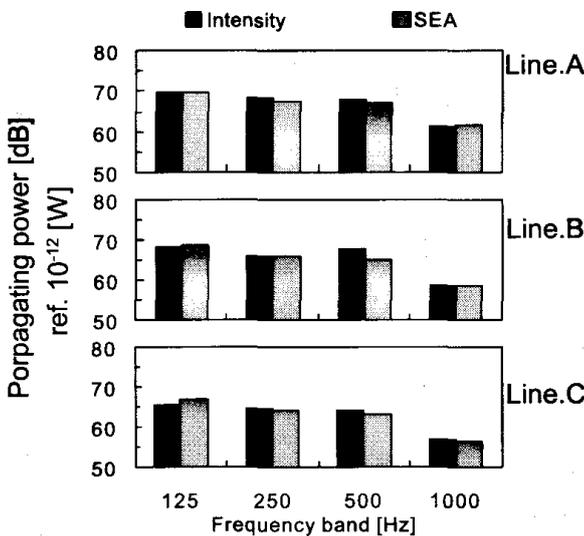


Fig.32 Estimation of propagating power in box-like structure

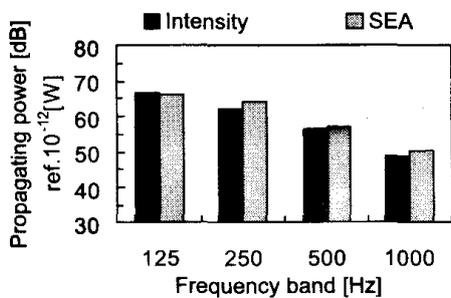


Fig.33 Dissipated and propagating power in door panel

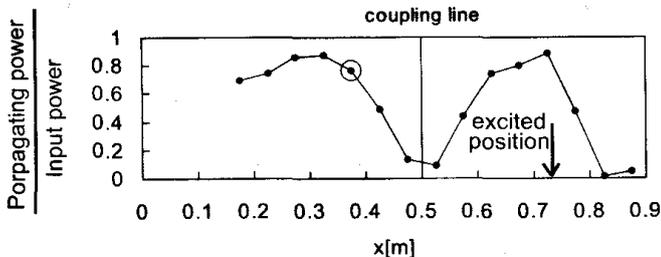


Fig.34 Estimation result of propagating power at 125Hz octave band in L-shaped structure

ることが分かる。

また、平板間伝達パワー量を計測したインテンシティによって評価した結果と実用的な精度が確認できるSEA法による予測結果と共に Fig.31, Fig.32, ドアパネルの Fig.30 中四辺枠内への伝達パワーとSEA法によるドアパネル内での散逸パワーを Fig.33 に示す。L型では平板2から平板1, 箱型構造物は Fig.29 中ラインA,B,Cをそれぞれ紙面左から右への伝達パワーである。Fig.34は、125Hzバンドにおける結合辺に平行した断面位置毎の伝達パワー(入力パワーで正規化)を示したものであるが、結合辺、加振点の近傍では他に比べ小さな結果となっている。これは、5点法では本質的に近接場での精度良い計測が不能なため当然であり、近接場の結果から伝達パワーを評価することは精度が保証されない。125Hzの曲げ波長は $2\pi(B_0/\rho h \omega^2)^{1/4}$ (ρ :密度, h :板厚)より0.4mであることから結合辺、加振点から0.1m以上離れた遠距離場の結果から伝達パワーを評価することが重要である。遠距離場の $x=0.375m$ のライン上(Fig.34中○印)で評価した結果がFig.31である。なお、箱型構造物のラインA,B,Cは遠距離場に相当する。

これらの比較において、違いは2dB程度以下と良く一致しており、SEA法にインテンシティ計測が適用可能なことを示し、例えば要素間の伝達パワー計測をインテンシティ計測より実測し、結合損失率などのSEA法パラメータの評価に利用することが考えられる。箱型構造物の場合では、ラインA,B,Cと伝搬するに従い伝達パワーが小さくなっていることが定量的に把握することができている。ドアパネルの場合にも定量的に2dB程度の誤差で計測できていることから、平板に近い自動車のドアパネルのインテンシティ計測も可能と言える。ただし、SEA法による伝達パワーの評価には、内部損失率 η_i と結合損失率 η_b の評価が必要であり、前者は残響時間 T_{60} の計測に基づき式(29)から、後者は理論的に式(30)から算出している⁽²¹⁾。

$$\eta_i = 13.8/\omega T_{60}, \quad \eta_b = 2L\tau/\pi S k_i \quad \dots(29), (30)$$

ここで、 L は結合部長さ、 τ はエネルギー透過率、 S, k_i は要素 i の面積、曲げ波数である。ドアパネル内の散逸パワー P_d は、式(13)で求めた内部損失率とドアパネルの振動エネルギー E から $P_d = \omega \eta_d E$ によって算出している。

5.4 振動変位成分への分離

波動分離法は薄平板理論に基づくため、平板構造物の加振した平板(L型:平板2, 箱型:平板1)を対象とし、分離結果から加振源の位置の特定を試みる。なお、対象とする平板の全面を任意の間隔で区切った格子点毎

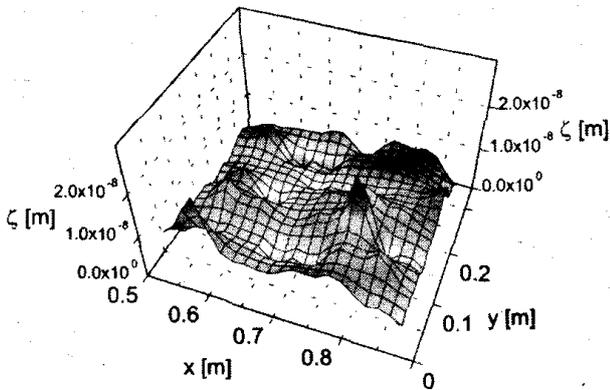


Fig.35 Decomposition result of evanescence wave group in plate.2 of L-shaped structure at 160Hz

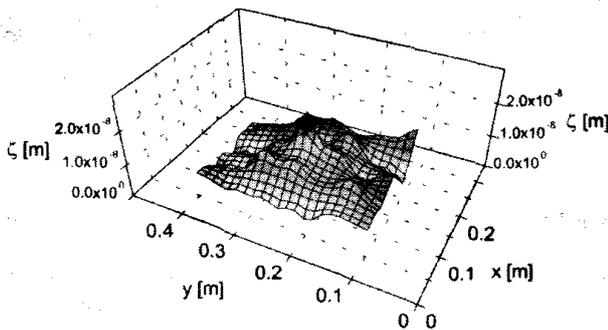


Fig.36 Decomposition result of evanescence wave group in plate.1 of Box-like structure at 180Hz

に式(25)中の値の計測を行う必要がある。ここでは50mm 間隔の格子点 (L型:56点, 箱型:36点)で行う。

L型, 箱型両構造物の波動成分への分離結果のうち, 減衰波成分を **Fig.35, Fig.36** に示すが, それぞれ点 (0.785m,0.12m), 点 (0.15m,0.25m) の位置に急峻なピークを確認できる。これらの位置は, 実際にL型, 箱型構造物を加振した点と一致しており, 波動分離法によって平板構造物の外部からのパワー入力箇所である加振点を把握可能なことが検証できている。

なお今回の場合には, 加振点がある平板要素が予め分かっていたため, L型構造物で56点, 箱型構造物で35点という多くの点でβ値の計測を行った。実際に加振点がありそうな領域が分からない場合には, はじめに振動インテンシティを5点法で計測し, 加振点が存在しそうな領域をある程度確認した後に, その領域内の多数の点でβ値を計測することが, より正確な加振位置を得るためには必要であろう。

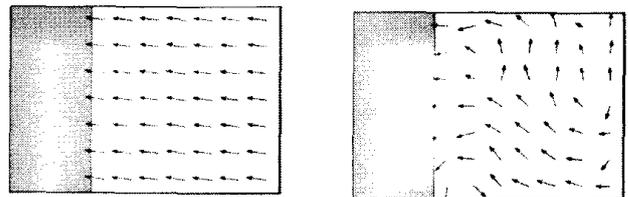
5.5 波動解振幅への分離

この手法も前節と同様に平板構造物に限定され, 振動場がひとつの式で記述できる場合に限られる。そのため, 一つの振動場として扱える平板のうち, L型構造物につ

いては平板2を, 箱型構造物では平板2,8,9を対象とする。ここでは, 各平板の任意に選定した四点で式(24)中のα値の計測を行う。その後, 式(8)により各伝搬波振幅を求め, 式(27), 式(28)から平均インテンシティ, 振動エネルギーを算出する。また, 平均インテンシティから平板間の伝達パワーを評価し, 5.3節の結果と比較する。さらに, 振動エネルギーの結果を多数点で計測し求めた結果と比較を行い, 簡易計測による平均インテンシティ, 振動エネルギー評価の有効性を検証する。

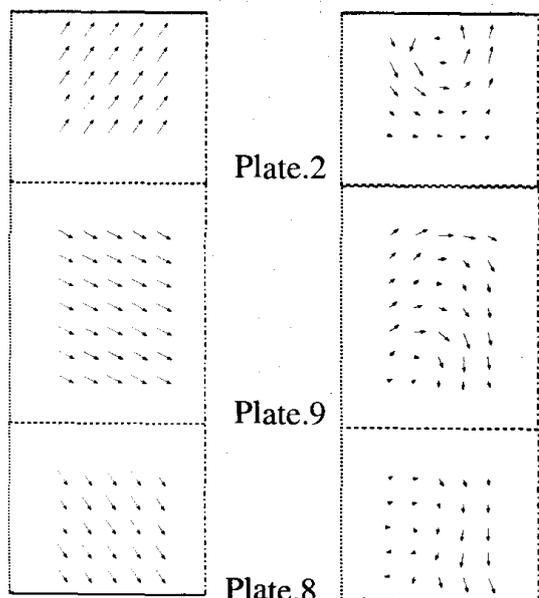
波動解振幅への分離から算出した平均インテンシティの結果を多数点で行った5.3節の計測結果と共に **Fig.37, Fig.38** に示すが, 波動分離法によって平板要素あたり4点だけの計測で平均的な振動エネルギーの流れ (平均インテンシティ) が分かる。

また, **Fig.39** には, 平均インテンシティで評価した



(a) Mean intensity (b) Directly measured intensity

Fig.37 Results of mean intensity and directly measured intensity in L-shaped structure at 125Hz octave band



(a) Mean intensity (b) Directly measured intensity

Fig.38 Results of mean intensity and directly measured intensity in box-like structure at at 125Hz octave band

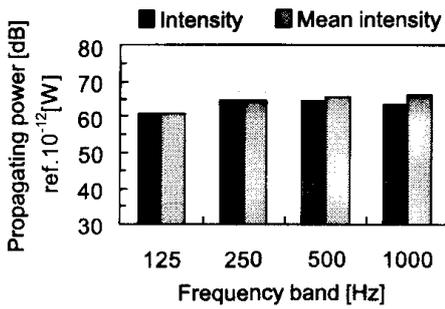


Fig.39 Propagating power from plate.2 to 1 of L-shaped structure estimated by measured and by mean intensity

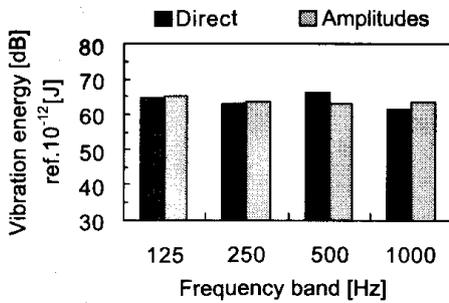


Fig.40 Vibration energy of plate.1 estimated by directly measured accelerations and by decomposited amplitudes in case of L-shaped structure

平板間の伝達パワー量, Fig.40 には波動分離によって評価した振動エネルギーを, それぞれ多数点で計測して求めた結果と共に示す。伝達パワー量, 振動エネルギー共に精度良く求めることが可能であることが確認できる。そのため, 振動エネルギーの大まかな伝搬経路やその伝達量などを簡単に知りたいという場合に, 少数点計測に基づく波動分解振幅への分離は, 時間や労力の面で有効であると言える。

6. おわりに

本研究では, 二次元の振動インテンシティの実用的な計測手法の確立を目的とし, 振動インテンシティの特性, 実用的な計測手法の考察を行い, 5点法と波動分離法を提案した。本研究で得られた成果は以下に要約される。

- (1) 二次元の振動インテンシティは, 位置に依らない平均インテンシティ成分と位置に依存する局所インテンシティ成分とに分けることができる。
- (2) 二次元の振動インテンシティの形態は, 振動場が残響的であればあるほど位置に依存する局所インテンシティ成分の割合が大きくなるため, 複雑な形態となる。
- (3) 残響的な振動場の正しい振動パワーフローを計測するためには, 半波長当たり複数点の細かさでの計測が必要である。

- (4) 有限差分近似を用いる計測方式においては, 実用的な加速度計間隔は波長の十分の程度である。
- (5) 多数個の加速度計を使用する方式は, 近接場の振動インテンシティ計測が理論的に可能ではあるが, 差分近似誤差の影響によって近接場での計測精度は悪く, 近接場での精度良い振動インテンシティ計測は難しい。
- (6) 実用的な振動インテンシティ計測手法について考察し, 5点法と波動分離法を提案した。
- (7) 5点法は, 遠距離場での完全な振動インテンシティ計測が可能であり, 位相ずれの影響に頑健である。
- (8) 波動分離法は, 加振点の位置の特定が可能であり, 少数点計測に基づき完全に波動成分を分離すれば, 平均インテンシティや振動エネルギーを容易に求めることができる。
- (9) 5点法と波動分離法を用いた新しい固体伝搬音解析のアプローチを示し, 実構造物でそのアプローチの有効性を検証した。

参考文献

- 1) F.J.Fahy, "Sound Intensity", E & Fn Spon, an imprint of Chapman & Hall (1989)
- 2) 矢野博夫, 橋 秀樹, "建築音響における音響インテンシティ計測法の応用", 日本音響学会誌, Vol.43 (12)(1987), p.966
- 3) 日高新人, 安久司郎, 橋 秀樹, "複素音響インテンシティによる音場解析", 日本音響学会誌, Vol.43 (12)(1987), p.994
- 4) 橋 秀樹, 日高新人, "チェロの音響放射特性の可視化", 日本音響学会誌, Vol.46 (10)(1990), p.864
- 5) M.Kamata, T.Yamazaki, H.Ikeda and N.Baba, "Sound Power Determination Method for Large Scale Sound Sources", Proc. of ASA and ASJ Third Joint Meeting, Honolulu, 3pEA4 (1996), p.247
- 6) D.U.Noiseux, "Measurement of Power Flow in Uniform Beams and Plates", J. Acoust. Soc. America, Vol.47 (1970), p.238
- 7) G.Pavic, "Measurement of Structure Borne Wave Intensity, PART I: Formulation of the methods", J. Sound and Vibration, Vol.49 (1976), p.221
- 8) 2nd International Congress on Acoustic Intensity, Measurement Techniques and Applications, Senlis (France) (1985)
- 9) 3rd International Congress on Intensity Techniques, Structural Intensity and Vibrational Energy Flow, Senlis (France) (1990)
- 10) 4th International Congress on Intensity Techniques, Structural Intensity and Vibrational Energy Flow, Senlis (France) (1993)
- 11) 上玉利恒夫, "パイプレーション インテンシティの計測理論", 自動車研究, 7-5 (1985), p.25
- 12) 大門静史郎, 左藤利和, 石川正臣, "振動インテンシティについて", 騒音制御, Vol.10, No.4 (1986), p.26
- 13) 鎌田 実, 島谷和憲, "振動インテンシティ計測に関する基礎研究 (第1報, 理論的検討)", 日本機械学会論文集 (C編), 57巻, 535号 (1991), p.700
- 14) 鎌田 実, 島谷和憲, "振動インテンシティ計測に関する基礎研究 (第2報, 実験および考察)", 日本機械学会論文集 (C編), 57巻, 536号 (1991), p.1196
- 15) 小泉登男, 鎌田 実, "振動インテンシティ計測に関する基礎研究 (第3報, 種々の方法の検討)", 日本機械学会論文集 (C編) 58巻, 547号 (1992), p.774
- 16) 鎌田 実, 山崎 徹, 長谷弘道, 振動インテンシティ計測に関する基礎研究 (第4報: 2次元の詳細検討), 日本機械学会論文集

- (C 編), 62巻594号(1996-2), p.35
- 17) 山崎 徹, 鎌田 実, 振動インテンシティ計測に関する基礎研究(第5報: 2次元の実験的検討), 日本機械学会論文集 (C 編), 63巻, 608号(1997-4), p.50
- 18) 山崎 徹, 鎌田 実, 振動インテンシティ計測を用いた固体伝搬音解析, 日本機械学会論文集 (C 編), 65巻, 633号(1999-5), p.1772
- 19) 平林正志, 佐藤和弘, 入江良彦, 本田 巖, “空調機配管の振動エネルギーフロー計測”, 三菱重工技報, Vol.25, No.3 (1988), p.286
- 20) R.J.Bernhard, J.D.Mickol, “Probe Mass Effects on Power Transmission in Lightweight Beams and Plates”, CETIM, Senlis (1990), p.307
- 21) R.H.Lyon, “Statistical Energy Analysis of Dynamical Systems: Theory and Application”, Cambridge MHSS: MIT Press (1975)