

## モードと波動の両視点による機械構造物の振動低減設計\*

山崎 徹<sup>1)</sup> 三山 壮<sup>2)</sup> 中村 弘毅<sup>3)</sup> 宮崎 敦子<sup>4)</sup>

Design for Reducing Broadband Frequency Vibration on Structures Based on Mode and Wave Approach

Toru Yamazaki

Takeshi Miyama

Hiroki Nakamura

Atsuko Miyazaki

Demand of design low noise and vibration products become higher in recent years. It is however difficult to manage vibration thorough broadband frequency and in the early stage for developing new products. To reduce noise and vibration levels we have two choices; one is controlling natural frequency characteristics which is referred to “mode” and the other is controlling base line of frequency response which is described by “wave”. Then it is important to have these two viewpoints to control the noise and vibration. This paper proposes a two-step design for designing low-vibration structures based on both views of vibration. In first step base line (average) behavior of structures is considered by using the view of wave and the design based on modal behavior is used in second step. Also, noise and vibration analysis methods for employing in each step design is discussed. Moreover, it is demonstrated that the proposed two step design is useful to design low-vibration structure through broadband frequency by using vibration energy propagation analysis such as Statistical Energy Analysis and Structural Intensity Method (SEA and SI), in which analytical SEA for the first step design and SI for the second step design.

**KEY WORDS:** vibration, noise, and ride comfort, CAE simulation, Statistical Energy Analysis, Structural Intensity (B3)

## 1. はじめに

機械製品の静粛性は重要な製品価値であり、今後の更なる電動化などにより対処すべき周波数帯は高く、広がってきている。振動騒音問題の解決は共振回避を基本とするが、広帯域の問題には工夫が必要となる。

いま例として、図1に示す両端単純支持はりの駆動点アクセラランスを運動方程式に基づき算出した結果(EOM, 細線)と無限系はりの波動解析により算出した結果(Infinite, 太線)を考える。振動騒音の低減はピーク値を下げることであり、そのためには“ピークを下げる・ピーク周波数を移動させる”と

いう考えと、“全体的に下げる(平均を下げる)”という考えがあり得る<sup>1)</sup>。共振回避は前者の考えに属し、固有振動数や減衰といった固有振動視点のもので、単一のピーク問題に有効である。後者の考えは、一自由度振動系に基づく剛性コントロールや質量コントロールといった考えを含み、構造境界などによる反射の無い波動伝搬視点のもので、広帯域の問題に有効と思われる。

このような背景の下、著者らは、広帯域の振動騒音問題を対象に、伝搬視点と固有振動視点を組み合わせた二段階設計を考えている。第一段階設計(大局設計)は、平均的挙動に着目し主として伝搬視点によるロバスト性の高い“素性のよい設計”を意図する。第二段階設計(詳細設計)は、ピーク挙動に着目し主として固有振動視点によって低振動化のみならず、音質などを考慮したピークコントロールを行う“味付け設計”を意図する。

本報では、この二段階設計の必要性およびそれぞれにおける解析手法について考察する。その後、簡易平板構造物を例に、第一段階設計に解析SEA(解析式に基づく統計的エネルギー解析法)、第二段階設計に振動インテンシティのFEM解析を用いる。

## 2. 二段階設計の必要性

本章では、両端単純支持はりを例に応答ばらつきについて考察し、第一段階設計でのロバスト性を示す。次に、各段階設計における解析手法について考察する。

## 2.1. 応答ばらつき

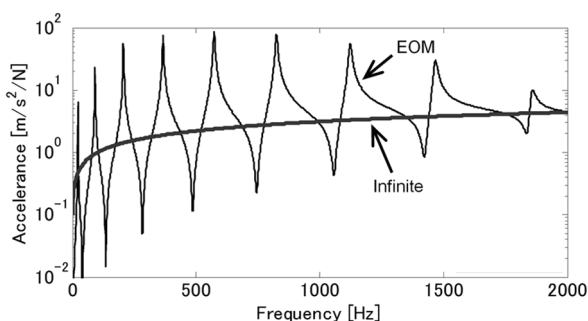
2.1.1. 空き缶の応答ばらつきの実測結果<sup>2)</sup>

Fig.1 Driving-point acceleration on a simply supported beam calculated by motion of equation and infinite wave analysis

\*2016年6月2日受理、2016年5月25日自動車技術会春季学術講演会において発表。

1)・3) 神奈川大学工学部(221-8686 横浜市神奈川区六角橋3-27-1)

2)・4) 神奈川大学大学院(同上)

機械構造物の振動騒音特性は、材質や形状、境界条件、環境などのわずかな違いによって変動する。例として図 2 に、空き缶 105 個のアクセラランスの測定結果を示す。黒線は 105 個の結果、白線はこれらの平均の結果である。第 1 次、第 2 次などの共振ピーク周波数は 105 個の結果が概ね一致するもの、高次になるほどにばらつきが大きくなる。また第 1 次共振ピークでもその大きさにはばらつきが見られる。一方、周波数 0Hz の応答（静特性と言え）は 105 個の結果はほぼ一致する。このように、静特性とは異なり動特性はばらつきやすい。

2.1.2. 単純支持はりの応答ばらつき検討

図 1 に示した両端支持はり（鋼製、長さ 1m、幅 0.03m、厚さ 0.01m の矩形断面）を例に、材質や形状、境界条件、環境などの違いで固有振動数に不確かさが生じた場合を考える。

x 軸に沿った一様はりにおいて、点  $x_F$  に正弦加振力（振幅  $F$ 、角振動数  $\omega$ ）が作用するとき、点  $x$  における定常応答変位  $\zeta$  は次式で表せる。

$$\zeta = \sum_{n=1}^N \alpha_n \varphi_n \tag{1}$$

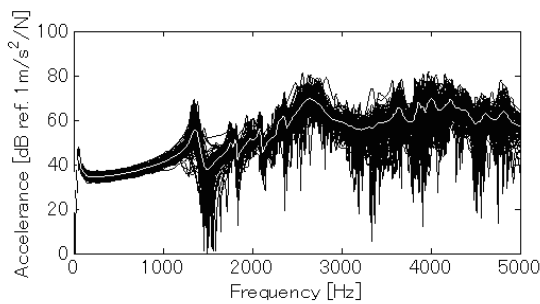
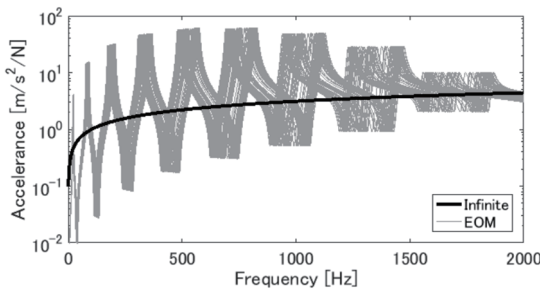
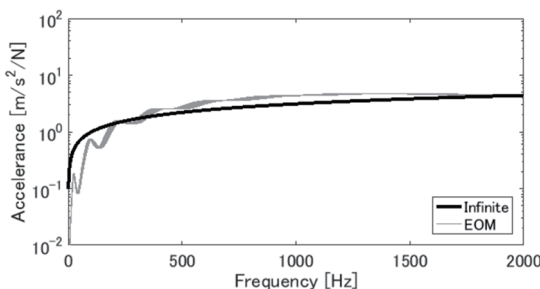


Fig.2 Driving-point accelerances on 105 steel cans



(a) In case of loss factor, 0.01



(b) In case of loss factor, 0.5

Fig.3 Driving-point accelerances on the simply supported steel beam with uncertainty of natural frequencies

$$\alpha_n = \frac{F \varphi_n^F}{\omega_n^2 (1 + j\eta_n) - \omega^2} \tag{2}$$

$$\omega_n = \left( \frac{n\pi}{L} \right)^2 \sqrt{\frac{B}{\rho A}} \tag{3}$$

$$\varphi_n(x) = \sqrt{\frac{2}{M}} \sin\left(\frac{n\pi}{L} x\right) \tag{4}$$

ここで、 $\alpha_n$  は重み係数、 $N$  は考慮するモードの最高次数、 $\varphi_n$  は  $n$  次の正規モード、 $\varphi_n^F$  は正規モードの加振点成分、 $\omega_n$  と  $\eta_n$  は  $n$  次の固有角振動数と損失係数、 $L$ 、 $B$ 、 $\rho$ 、 $A$ 、 $M$  はそれぞれはりの長さ、曲げ剛性、密度、断面積、質量、 $j$  は虚数単位である。また図 1 に示す無限はりの駆動点アクセラランス ( $A_{cc}/F$ ) は次式で表せる<sup>(3)</sup>。

$$\frac{A_{cc}}{F} = \frac{\sqrt{\omega}(1+j)}{(B\rho^3)^{1/4}} \tag{5}$$

そこで、それぞれの固有角振動数が一様ランダムに 2% 変動する 100 ケースについて、駆動点アクセラランスを算出した。損失係数を周波数一律に 0.01 とした場合と 0.5 とした場合の結果を図 3 に、式(5)の無限はりの結果と共に示す。図 3(a) の損失係数が小さい場合、高い周波数ほど固有振動数 2% の変動は絶対値として大きくなるため周波数変動幅は広がっている。しかしいずれの場合にも無限はりの特性はこれらの平均的な結果となる。一方、図 3(b) の損失係数が大きい場合には、100 ケースの結果はほぼ等しく、固有振動数の不確かさの影響が小さくロバストな応答であり、無限はりの結果と近似する。

2.2. 二段階設計における解析手法

第一段階設計は、平均的挙動に着目し伝搬視点によるロバスト性の高い“素性のよい設計”を行う。第二段階設計は、ピーク挙動に着目し固有振動視点で目標値に合わせる“味付け設計”を行う。以下に各設計段階での解析手法について考察する。

2.2.1. 第一段階設計における解析手法

第一段階設計に着目する平均挙動は、図 1 や図 3 に示す無限はりの結果に相当する。つまり、対象物が無限、構造端部が無反射端であるときである。はりにおける無反射端設定は可能であるが、一般構造においては困難な場合が多い。そのため代案として、図 3(b) に示したように、減衰を大きくすれば無限はりの結果に近似した結果となることを利用する。したがって、対象系の減衰を大きく設定すればその結果は無反射端の場合の結果と近似すると言える。また統計的エネルギー解析 (SEA) の結合損失率の解析式は、そもそも無反射を仮定して導出されている<sup>(4)</sup>。

以上より、第一段階設計の解析には、FEM などの各種解析手法で減衰を大きく設定して解析すること、または解析 SEA の適用が考えられる。

2.2.2. 第二段階設計における解析手法

第二段階設計は、ピーク挙動に着目し低振動化のみならず、音質などを考慮したピークコントロールを行うため、従来の

各種の解析手法が適用できる。第一段階設計における設計因子と第二段階設計の因子が異なれば、従来以上にピークコントロールは容易になるものと思われる。因子が重複する場合には二段階設計はうまく機能しないと思われる。

### 3. 二段階設計の例示

簡易平板構造物を例に、前章で示した二段階設計を適用し、その有効性を確認する。本報では、第一段階設計には解析 SEA、第二段階設計には振動インテンシティの FEM 解析を用いる。

#### 3.1. 解析対象と設計目標

図 4 に示す、縦 0.2m、横 0.4m で板厚 2mm の周辺単純支持された矩形の鋼製平板を解析対象とする。平板を二等分の二要素系とし、要素 1 に振動入力を与えたときの要素 2 の空間平均振動応答の低減を行うために、二段階設計を適用する。

#### 3.2. 解析 SEA による第一段階設計

##### 3.2.1. 解析 SEA

本報では第一段階設計として解析 SEA を用いる。SEA は対象全系を要素の集合体とみなし、要素の空間平均した振動エネルギーを変数として、要素間のパワー平衡式を基礎式とする。二要素系の基礎式は次式である<sup>(3)</sup>。

$$\begin{bmatrix} P_{in,1} \\ P_{in,2} \end{bmatrix} = \omega \begin{bmatrix} \eta_1 + \eta_{12} & -\eta_{21} \\ -\eta_{12} & \eta_2 + \eta_{21} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} E_1 \\ E_2 \end{bmatrix} \quad (6)$$

ここで、 $P_{in,1}$ 、 $\eta_1$ 、 $E_1$  はそれぞれ要素 1 への入力、要素 1 の内部損失率、要素 1 の要素エネルギーである。 $\eta_{12}$  は要素 1 から要素 2 への結合損失率である。また  $\omega$  は解析角周波数である。内部損失率は要素内での減衰を表し、結合損失率は SEA 固有のパラメータで要素間のエネルギーの伝わりやすさを表す。

解析 SEA においては、要素境界などでの反射波の影響を考慮せずに導出される結合損失率が用いられる。本対象の SEA 要素は板要素で曲げ振動が主体であるため、次式の曲げ振動の板要素間の結合損失率を用いる。

$$\eta_{12} = \frac{2L_{12}\tau_{12}}{\pi S_1} \sqrt{\frac{h_1}{\omega}} \sqrt{\frac{E_1}{12\rho_1(1-\nu_1^2)}} \quad (7)$$

ここで、 $S_1$ 、 $E_1$ 、 $\rho_1$ 、 $\nu_1$  は要素 1 の表面積、ヤング率、密度、ポアソン比、 $L_{12}$  と  $\tau_{12}$  は要素間の結合長さとエネルギー透過率である。同一材料の曲げ振動のエネルギー透過率は次式のように板厚比  $\Delta = h_2/h_1$  のみに依存する<sup>(3)</sup>。

$$\tau_{12} = \left[ \frac{\Delta^{-5/4} + \Delta^{-3/4} + \Delta^{3/4} + \Delta^{5/4}}{\Delta^{-2} / 2 + \Delta^{-1/2} + 1 + \Delta^{1/2} + \Delta^2 / 2} \right]^2 \quad (8)$$

以上のように、SEA は要素エネルギーに着目するため、要素内の詳細な振動情報などは含まない。また外部からの入力パワーも要素内の特定の位置情報などは含まない。さらに、解析 SEA は式(7)に示す通り、要素の材質、表面積、板厚といっ

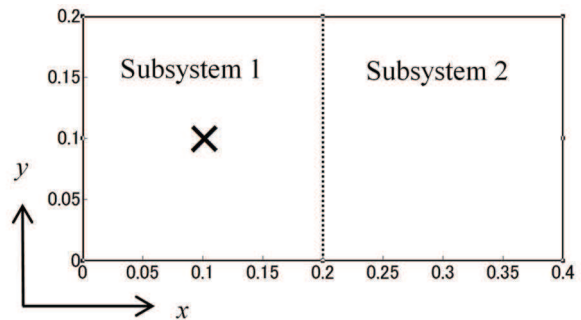


Fig.4 Test panel structure of two subsystems with same thickness 2mm in initial condition

た大局的な設計変数を用いて、大局的な設計となるが、パラメータが数式であるため、最適化の見通しがよく、また他の性能も考慮した最適化もしやすいものと言える。

#### 3.2.2. 第一段階設計への活用

そこで本報では、外部からの振動入力のある要素 1 を変更しない制約条件の下、要素 2 の振動低減を行う解析 SEA による第一段階設計として、要素 2 の要素エネルギーを目的関数としてその最小化を、要素 2 の板厚のみを設計変数として、1mm から 4mm の制約条件の下で最適化を行った。

最適化の結果、要素 2 の板厚を最大の許容厚とした 4mm となった。この結果は、式(7)の結合損失率  $\eta_{12}$  より当然のものである。つまり、要素 2 の板厚  $h_2$  は板厚比  $\Delta$  として式(8)のエネルギー透過率にのみ関係し、板厚比が大きくなればエネルギー透過率は小さくなり、結合損失率  $\eta_{12}$  が小さくなり、要素 1 から 2 へエネルギーが伝わりにくくなるということである。

#### 3.2.3. 第一段階設計の FEM による確認

第一段階設計による要素 2 の振動低減を確認するため、FEM を用いて固有モードを求め、モード重ね合わせを用いてエネルギーを算出した。なお、SEA では特定の入力点という概念はないが、図 4 中に x で示す点  $(x, y) = (0.1, 0.1)$  で点加振されるものとした。また、境界端部での反射の影響を少なくするため損失係数を周波数一律に 0.3 とした。

初期状態 (要素 1, 2 共に板厚は 2mm) と最適化状態 (要素 2 の板厚のみ 4mm) の、入力パワーで正規化した要素 2 の

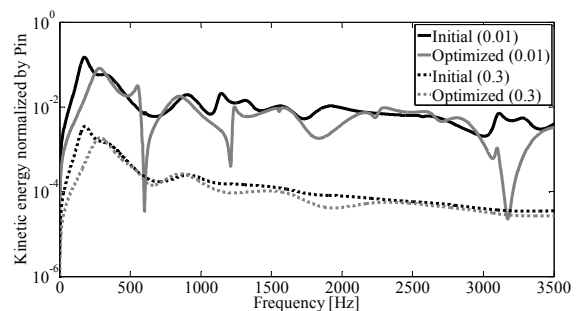


Fig.5 Comparison of kinetic energy in the subsystem 2 as the results of first-step design by using Analytical SEA with two cases of loss factors,  $\eta_n=0.01$  and 0.3

要素エネルギー（要素2の空間平均エネルギー）の比較を図5の点線、Initial(0.3)とOptimized(0.3)に示す。これより低周波では板厚の増大による剛性アップによる低減が確認できるとともに、おおそ1kHz以上の広い周波数域で低減できていることが確認できる。また板厚を2倍としてもこの程度の低減しかできないこともわかる。

次に、現実の挙動に近づけるため、損失係数が0.01と小さくした場合の比較も図5の実線、Initial(0.01)とOptimized(0.01)に示す。損失係数0.3とした結果と概ね同様に低減を確認できるが、悪化している周波数も確認できる。

### 3.3. 振動インテンシティのFEM解析による第二段階設計

第二段階設計としては、ピーク挙動に着目した従来から用いられている手法により、問題となるピークの制御、さらには、ピークを所望の周波数に移動する制御を行うことを考えている。第一段階設計により問題とするピークは少なくなるものと考えている。本報では、振動インテンシティ<sup>(6)</sup>に用いて、第二段階設計を試みる。

#### 3.3.1. 振動インテンシティ

振動インテンシティとは、単位時間に単位長さを通る振動エネルギーであり、応力と速度の積により算出される。振動インテンシティを測定もしくは算出できれば、SEAでは不明な要素内部の詳細な振動エネルギーの流れや構造物内の任意断面を通るインテンシティの積分値として求められる伝達パワーなどを評価することができる。また、振動エネルギー流れからの構造設計法の開発も期待されている<sup>(6)(10)</sup>。

これまでの研究<sup>(9)(10)</sup>から振動インテンシティと振動エネルギーは減衰が大きく非共振時での対応が顕著となる。今回は共振時での結果を算出しているため、両者の対応関係は強いものではないが、減衰の大きさによらず、振動インテンシティの主要な流れは変化しないため、振動インテンシティ分布から構造設計案を見出し要素2への伝達パワーを抑制すれば要素2のエネルギーが低減できるものと考えられる。そこで本報では振動インテンシティ分布から流れを堰き止めるように構造変更することにより、伝達パワーを抑制して要素2のエネルギーを低減させることを試みる。

本報では、図5に示した損失係数を0.01とした場合を対象に、はじめに、第一段階設計で要素2の振動低減を実現できた周波数および実現できなかった周波数の振動インテンシティを観察する。次いで、実現できなかった周波数の振動状態を、振動インテンシティ視点での設計により振動の低減化を試みる。FEMによる振動インテンシティの算出は文献(6)を参考にされたい。

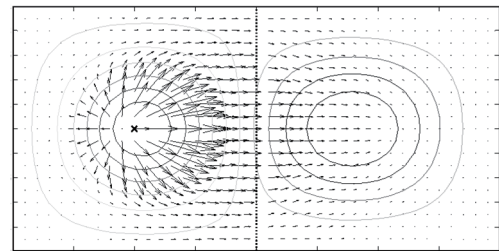
#### 3.3.2. 第一段階設計の効果検討

図5より、第一段階設計による要素2の振動は、250Hzから500Hz、1.5kHz付近、2.5kHz付近で低減されていないと言える。

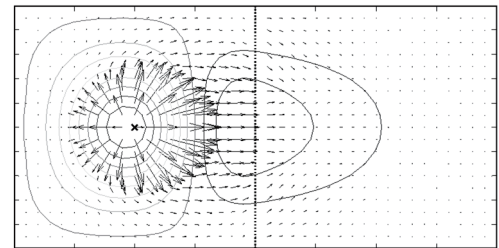
250Hz以下での振動低減は剛性アップによるものと言える

が、図6に初期状態と第一段階設計時の最適化状態の振動インテンシティ（ベクトル図）と振動エネルギー分布（等高線図）の比較を示すように、要素2への伝達が抑制されていることが分かる。同様に、図7に1.2kHz付近での比較結果を示すが、図7(b)では要素2の振動がほとんどなく、伝達もなく、要素1内で循環する流れとなっている。

一方、1.5kHzや2.5kHzといった要素2の振動低減とならない周波数での比較を図8および図9の各図(a)と(b)に示す。図

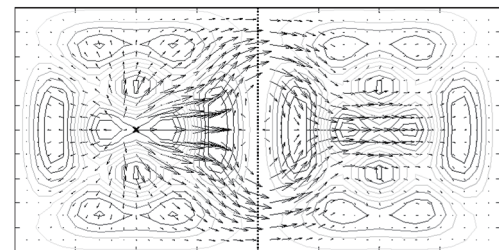


(a) Initial case at 150Hz

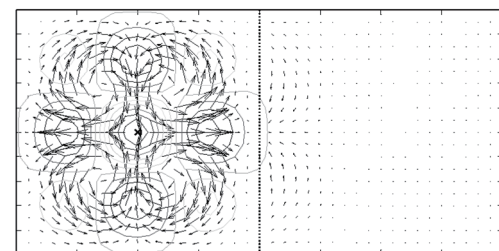


(b) Optimized case in first design step at 210Hz

Fig.6 Comparison of kinetic energy and structural intensity below 250Hz in which the first-step design works well



(a) Initial case at 1208Hz



(b) Optimized case in first design step at 1211Hz

Fig.7 Comparison of kinetic energy and structural intensity around 1.2kHz in which the first-step design works well

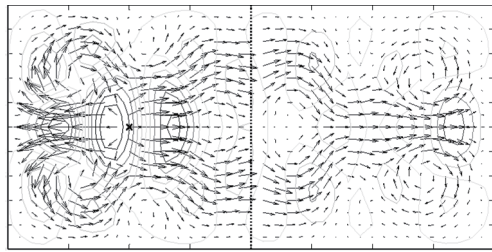


8(b)の要素2の振動インテンシティは小さく見えるものの、結合辺の中央部からの流入は大きくなっており、図5に示すように振動低減量は小さい。また、図9(a)と(b)では要素2への

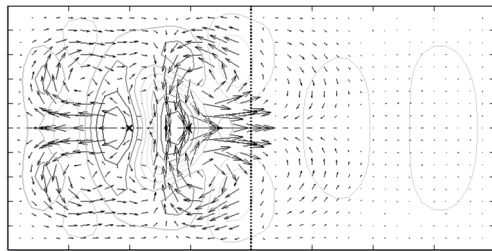
伝達が顕著で第一段階設計での最適化の効果はみられない。

### 3.3.3. 第二段階設計への活用

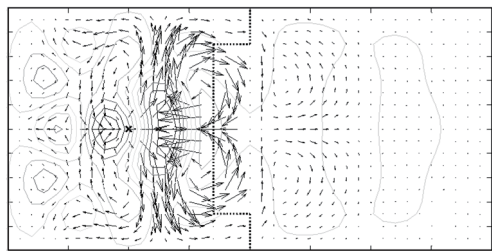
第一段階設計による振動低減効果が見られなかった 1.5kHz



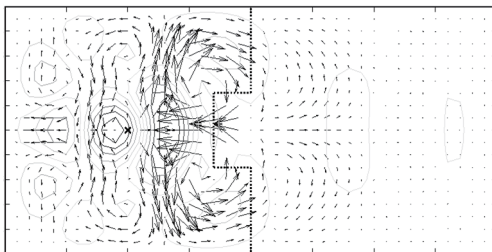
(a) Initial case at 1566Hz



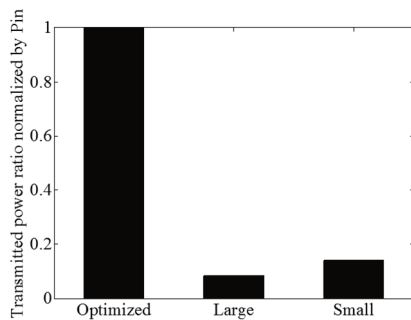
(b) Optimized case in first design step at 1556Hz



(c) Large area case at 1656Hz

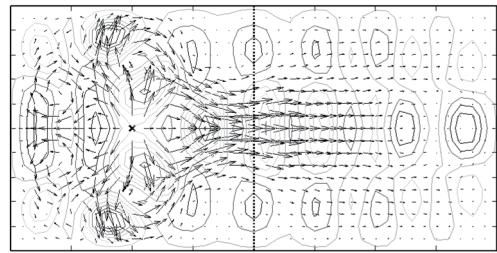


(d) Small area case at 1604Hz

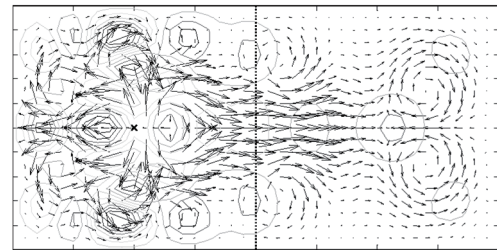


(e) Transmitted power into subsystem 2

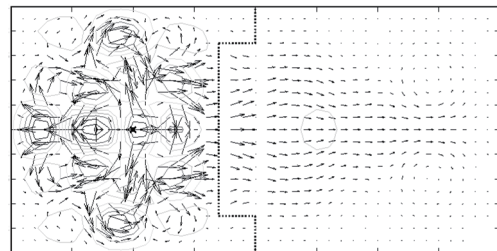
Fig.8 Comparison of kinetic energy and structural intensity around 1.5kHz in which the first-step design does not work



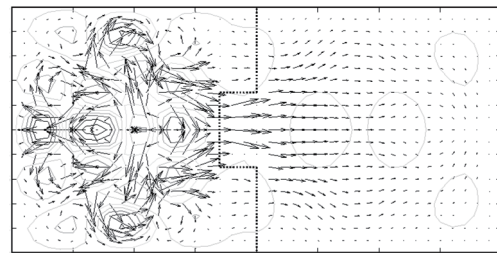
(a) Initial case at 2687Hz



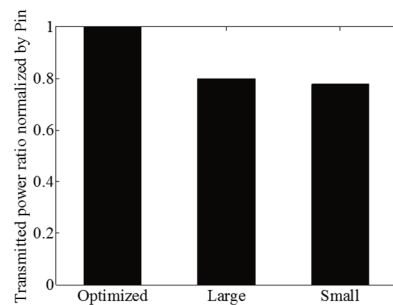
(b) Optimized case in first design step at 2801Hz



(c) Large area case at 3021Hz



(d) Small area case at 2942Hz



(e) Transmitted power into subsystem 2

Fig.9 Comparison of kinetic energy and structural intensity around 2.5kHz in which the first-step design does not work

付近および2.5kHz付近を対象に、振動インテンシティに着眼した第二段階設計を試みる。

図8(b)および図9(b)の振動インテンシティ分布より、要素2への流入は結合辺の中央部で大きい。そこで、この流れを堰き止めることを想定して、この部分を図10に示すように第一段階設計と同様に板厚を厚くすることを考える。ここでは厚くする長さを二種とした。

これらのときの要素2の要素エネルギーの周波数分布を、第一段階設計の最適化の結果と比較を図11に示す。1.5kHz付近においては、いずれの場合(Change Large area, Change Small area)も第一段階設計の最適化結果(Optimized)より低減されている。このときの振動インテンシティおよび振動エネルギーの分布は図8の(b)から(d)となる。また図8(e)は要素2への伝達パワー( $\alpha=0.21$ における)の比較結果である。これらより、第一段階設計時の最適化結果のときには中央部で要素2への伝達が観察されるのに対し、図10の構造ではいずれの場合にも要素1内で循環するような流れとなり、要素2への伝達が抑制されていることが確認できる。

一方、2.5kHzの場合の振動エネルギーの周波数分布は、図

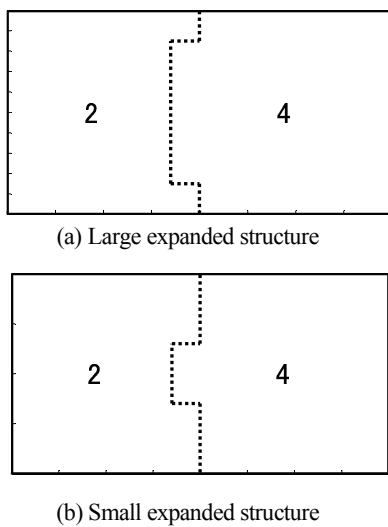


Fig.10 Structural modification in terms of structural intensity at second-step design

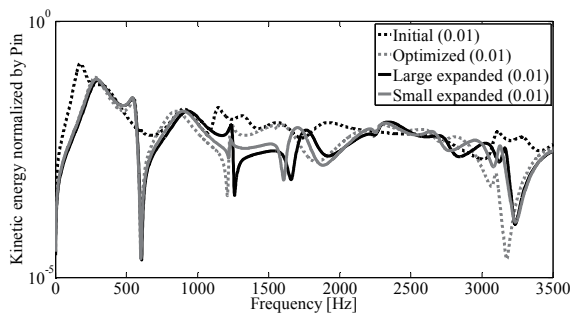


Fig.11 Comparison of kinetic energy in the subsystem 2 as the results of second-step design by using structural intensity view with loss factors of  $\eta_n=0.01$

11に示す通り大きな違いはない。2.8kHz付近で確認できるピークは第二段階設計を施したことで右方向にシフトしているが低減量は小さい。対応する振動インテンシティの比較を図9(b)から(d)に示すが、中央部の流れは大きく変わらず、堰きとめた量も小さい。同図(e)からも伝達パワーの低減が小さいことが確認できる。

以上のように、振動インテンシティを用いた第二段階設計において、流れを堰き止めるように板厚を増加させることの効果を確認できる。

#### 4. おわりに

本報では、広帯域の振動騒音問題を対象に、伝搬視点と固有振動視点を組み合わせた二段階設計を論じた。以下に得られた知見を整理する。

- (1) 機械構造物の動特性は変動しやすい。特に、各種の不確かさが固有振動数に影響するとした場合、固有振動特性のばらつきは大きくなる。一方、動的応答の平均的挙動(本報では減衰を大きくした)は固有振動特性のばらつきの影響は小さく、ロバスト性が高く、無限系の動特性と近似することを示した。
- (2) 応答ばらつきの観点から、二段階設計の必要性を論じた。第一段階設計(大局設計)では、平均的挙動に着目し主として伝搬視点によるロバスト性の高い“素性のよい設計”を行い、第二段階設計(詳細設計)では、ピーク挙動に着目し主として固有振動視点によって目標値に合わせる“味付け設計”を行おうというものである。
- (3) 二段階設計の解析手法について考察した。第一段階設計では、無反射端もしくは減衰を大きくした状態でのFEMなどの従来解析手法の活用、解析SEAの活用が考えられる。第二段階設計には、第一段階設計の設計因子が異なれば、従来以上にピークコントロールは容易になる。
- (4) 簡易平板構造物を例に、第一段階設計に解析SEAを用いた大局的な板厚設計、第二段階設計に振動インテンシティのFEM解析による詳細設計の例を示した。

#### 参考文献

- (1) 山崎徹：日本機械学会講習会：IDCAE 概念に基づくものづくり設計教育(第三弾)：機械のデザインのためのIDCAE「基礎：音振動のIDCAE」, No.14-71, pp.15-24 (2014)
- (2) 山崎徹, 黒田勝彦, 長井孝資：機械構造物の振動応答のばらつき計測とそのモデル化, 日本機械学会 Dynamics and Design Conference 2005 CD-ROM 論文集, 602 (2005)
- (3) Cremer, L., Heckl, M., and Petersson, B.: Structure-Borne Sound, 2nd edition, Chapter IV, pp.278-283, Springer (1990)
- (4) 大野進一, 山崎徹：機械音響工学, 第8章, 森北出版 (2010)

- (5) Noiseux, D.U. : Measurement of Power Flow in Uniform Beams and Plate, Journal of Acoustical Society of America, Vol.47, pp.238-247 (1970)
- (6) 沼田臨, 山崎徹 : 平板の曲げ振動インテンシティのモード展開 : 日本機械学会論文集 C 編, 77 巻 780 号, pp.2971-2981 (2011)
- (7) 沼田臨, 村上雄太, 山崎徹 : 振動エネルギー流れを考慮した低騒音構造設計に向けた新たな指針の提案 : 日本機械学会論文集 C 編, 78 巻 788 号, pp.1072-1084 (2012)
- (8) 沼田臨, 山崎徹 : 振動伝達パワー抑制のための振動インテンシティに基づく加振点選択法, 日本機械学会論文集 C 編, 78 巻 791 号, pp.2355-2368 (2012)
- (9) 山崎徹, 堀内崇史, 須田祥平, 中村弘毅 : 重根ペアによる相互キャンセルを利用した平板の振動伝達パワーの低減, 自動車技術会論文集, Vol.46, No.4, pp.775-780 (2015)
- (10) 山崎徹, 小向祥之, 中村弘毅 : 線結合された平板構造物の振動エネルギーとその流れの関係に基づく振動低減, 自動車技術会論文集, Vol.47, No.1, pp.159-164 (2016)